



МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПО ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВУ

Факультет городского кадастра
Кафедра Аэрофотогеодезии

Тема 2.2 **ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА**
ОДИНОЧНОГО АЭРОФОТОСНИМКА

Разработал Пантюшин Валерий Алексеевич
кандидат технических наук

2019 год

Учебные вопросы

- 1. Влияние наклона снимка на его геометрические свойства.**
- 2. Масштаб планового и наклонного снимка.**
- 3. Влияние рельефа местности на геометрические свойства снимка.**
- 4. Изменение масштаба аэрофотоснимка вследствие влияния рельефа местности**
- 5. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом.**

Вопрос 1. Влияние наклона снимка на его геометрические свойства

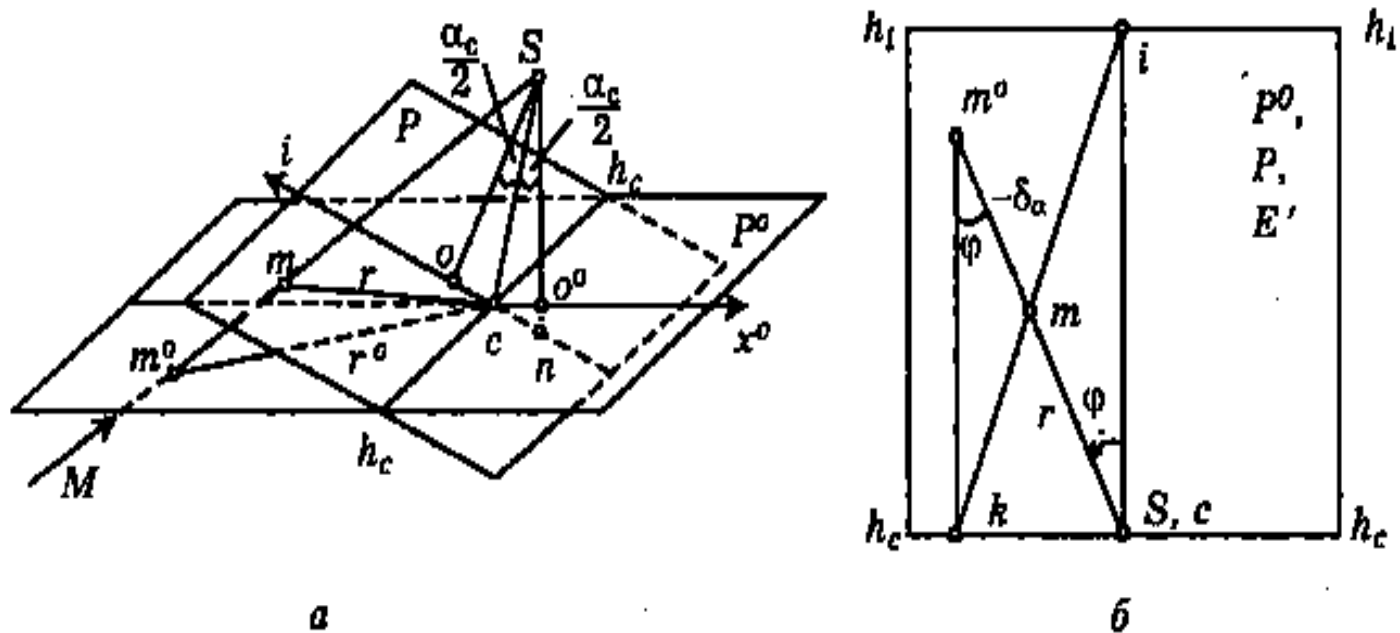


Рис. 3.14. Линейные искажения, вызванные влиянием угла наклона аэроснимка на пространственном чертеже (а) и на эпюре сложения (б)

Обозначим: $|mc| = r$, $|m^o c| = r^o$, $\delta_\alpha = r - r^o$, $|mm^o| = -\delta_\alpha$

$\Delta mm^o k \approx \Delta icm \rightarrow |mm^o| / |m^o k| = |mc| / |ic|$;

так как $|mc| = r_c$, $|ic| = f / \sin \alpha_c$ (формулы лин. персп.), $|m^o k| = r^o \cos \varphi$
 то $-\delta_\alpha / r^o \cos \varphi = (r \sin \alpha_c) / f$

ИЛИ

$$\delta_\alpha = -\frac{r r^o}{f} \sin \alpha \cos \varphi$$

Вопрос 1. Влияние наклона снимка на его геометрические свойства

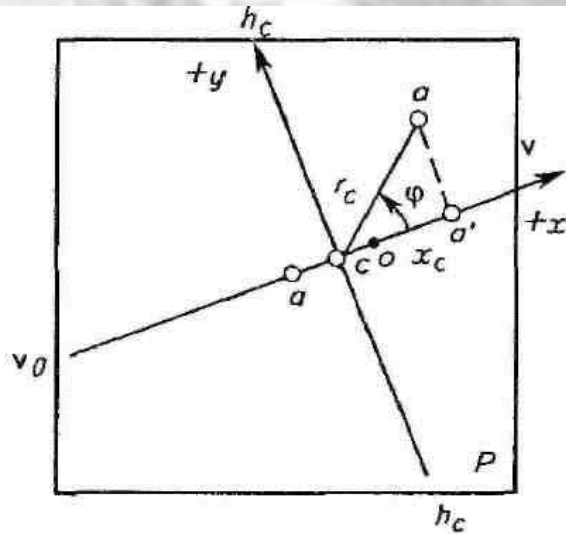


Рис. 8.5. Правило измерения углов φ при определении смещения точек снимка вследствие его наклона

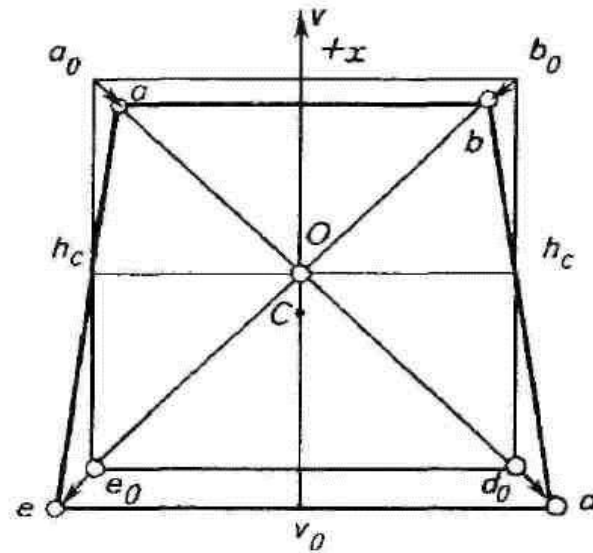


Рис. 8.6. Перспективное искажение изображения квадратного контура на наклонном снимке

$$\delta_\alpha = -\frac{rr^0}{f} \sin\alpha \cos\varphi = -\frac{X_c}{f} r^0 \sin\alpha, \quad \text{где } X_c = r_c \cos\varphi - \text{абсцисса т. а}$$

- 1) $|\delta_\alpha| \rightarrow \max$ при $\alpha \rightarrow \max, f \rightarrow \min$
- 2) $\delta_\alpha = 0$ при $X_c = 0, r = r_c = 0, \cos\varphi = 0$ ($\varphi = 90^\circ, 270^\circ$ - на $h_c h_c$)
- 3) $\delta_\alpha = \max$ при $\cos\varphi = \pm 1$ ($\varphi = 0^\circ, 180^\circ$ - на $v_0 V$)
- 4) Рис. 8.6: при $X_c > 0$ $\delta_\alpha \rightarrow \text{тс}$; при $X_c < 0$ $\delta_\alpha \leftarrow \text{тс}$

$$5) \text{ на } h_c h_c (\cos\varphi = \pm 1) \text{ и при } \alpha < 3^\circ \quad \delta_\alpha = -\frac{r^2 \alpha'}{f \rho'}$$

$$r = \sqrt{\frac{f \Delta_{\alpha \rho'}}{\alpha'_c}}$$

Вопрос 2. Масштаб планового и наклонного снимка

$$\frac{ob}{OB} = \frac{So}{SO} = \frac{f}{H}$$

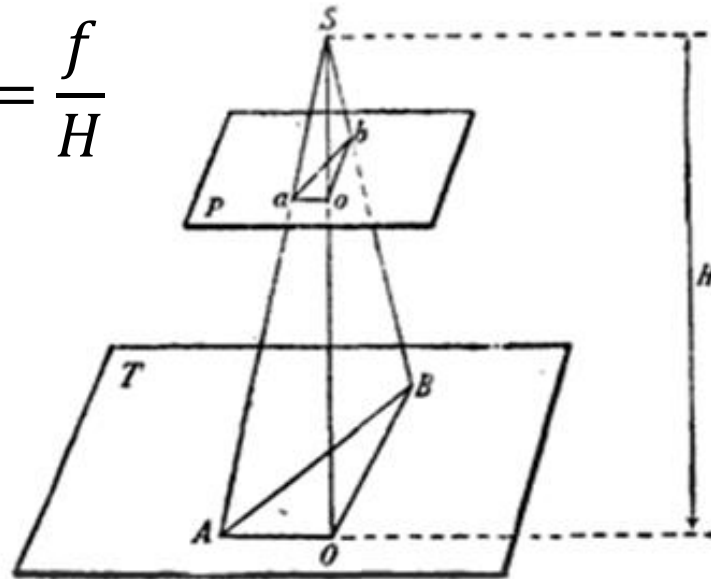


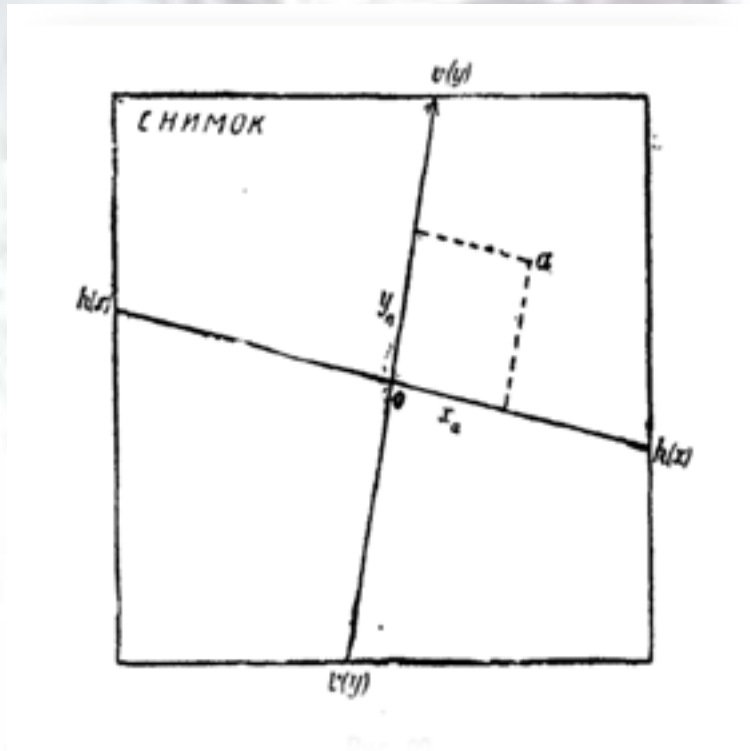
Рис. 90

Масштабом планового снимка называется отношение длины любого отрезка **на снимке** к длине того же отрезка на горизонтальной местности.

$$1/m = f/H$$

Во всех частях планового снимка, полученного при отвесном положении оптической оси, при **ровной** горизонтальной местности масштаб будет одинаков и равен f/H , а значит, такой **снимок будет являться планом местности**.

Вопрос 2. Масштаб планового и наклонного снимка

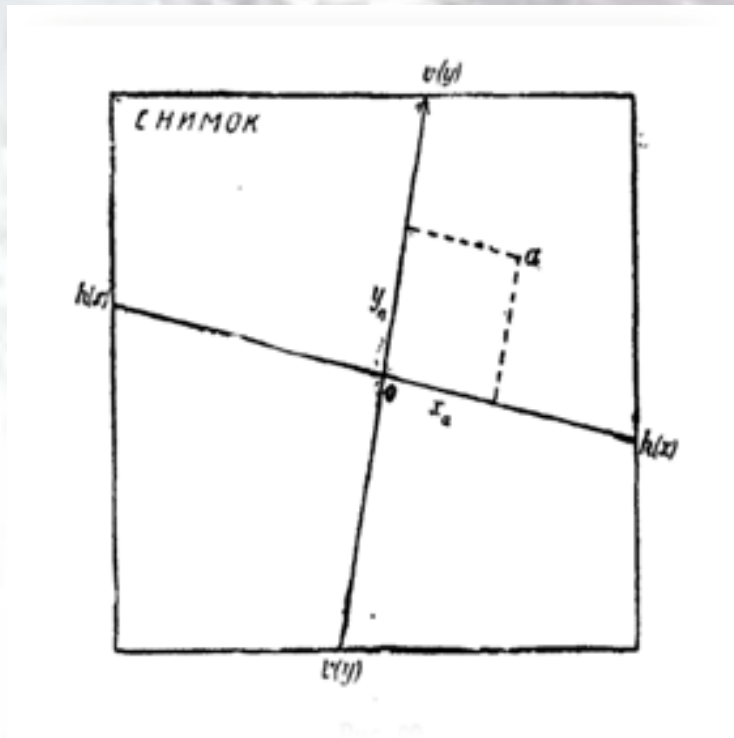


Масштаб перспективного снимка, по разным направлениям при наклонном положении оптической оси, является величиной переменной. Горизонталь $h_c h_c$ называют линией неискаженных масштабов. На прочих горизонталях масштаб также будет постоянным, но на каждой горизонтали свой. Его выражают формулой

$$\frac{1}{m_{\text{нн}}} = \frac{f}{H} \left(1 - \frac{x_c}{f} \sin \alpha_p \right),$$

в которой x_c — абсцисса горизонтали при начале координат в точке c .

Вопрос 2. Масштаб планового и наклонного снимка



Масштаб вдоль главной вертикали vv' определяют по формуле

$$\frac{1}{m_{vv'}} = \frac{f}{H} \left(1 - \frac{x_c}{f} \sin \alpha_p \right)^2.$$

Масштаб по произвольному радиальному направлению φ может быть вычислен по формуле

$$\frac{1}{m_\varphi} = \frac{f}{H} \left(1 - \frac{r_c}{f} \cos \varphi \sin \alpha_p \right)^2.$$

в которой x_c — абсцисса горизонтали при начале координат в точке s .

Вопрос 2. Масштаб планового и наклонного снимка

Выводы из анализа формул:

1. Наименьшее значение масштаба получается при наибольшем значении $\sin \varphi$ и **наименьшем** значении $\cos \varphi$, что будет при $\varphi = 90^\circ$, то есть масштаб снимка будет иметь наименьшее значение по главной вертикали $v-v$ в направлении съёмки и формула масштаба примет вид

$$\frac{1}{m} = \frac{f}{H} \left(\cos \varepsilon - \frac{y}{f} \sin \varepsilon \right)^2$$

2. При $\varphi = 90^\circ$, формула примет вид масштаба по главной горизонтали:

$$\frac{1}{m} = \frac{f}{H} \cos \varepsilon$$

3. При $\varepsilon = 0$, то при любых значениях φ и r масштаб будет постоянен и равен

$$\frac{1}{m} = \frac{f}{H}$$

Вопрос 2. Масштаб планового и наклонного снимка

Выводы из анализа формул:

Представление об изменении масштаба на перспективном снимке демонстрирует рисунок

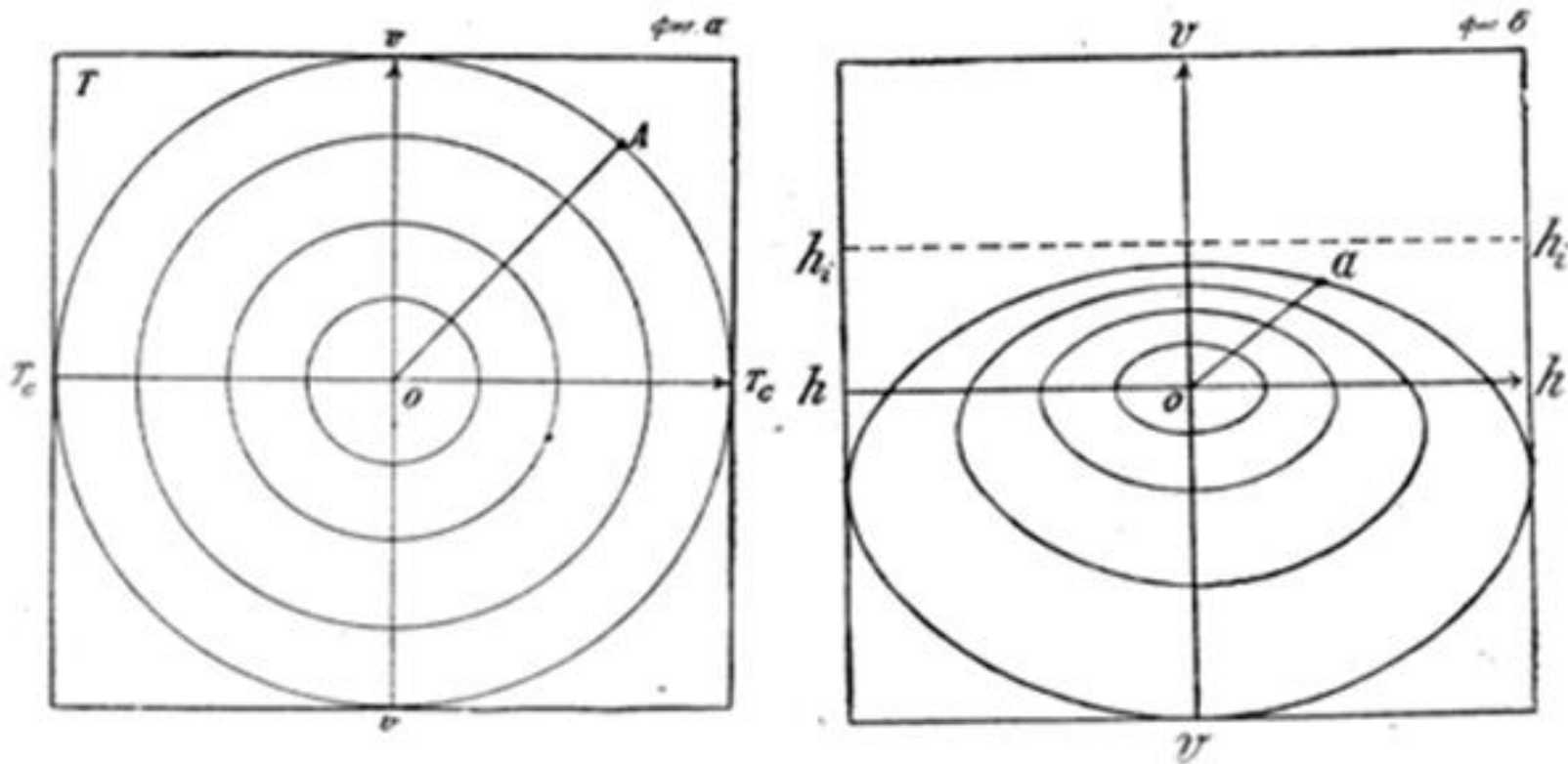


Рис. 96

Вопрос 2. Масштаб планового и наклонного снимка

В результате анализа данных формул можно установить:

- масштаб по главной вертикали изменяется быстрее, чем последовательно по горизонталям;
- в точке с масштаб бесконечно малого отрезка по вертикали и любому другому направлению равен масштабу в той же точке по горизонтали. Этот масштаб называют главным.
- масштаб в части снимка с положительными абсциссами мельче, а в части с отрицательными абсциссами крупнее главного.

Данные выводы позволяют определить возможность выполнения метрических действий непосредственно по снимку равнинной местности с помощью его среднего масштаба (например при нанесении промерами на снимок не изобразившихся по тем или иным причинам объектов). При создании кадастровых планов и карт досъемочные работы выполняют с использованием линейных промеров длиной 15... 25 мм на снимке. **Средняя абсолютная** погрешность измерения линий на снимке в полевых условиях— 0,15...0,20 мм. Средняя относительная погрешность при этом будет **примерно** 1/100. Погрешность за разномасштабность, обусловленная наклоном снимка, должна быть примерно **той же** и точнее.

Вопрос 2. Масштаб планового и наклонного снимка

Так как наиболее интенсивно масштаб снимка изменяется вдоль главной вертикали, то допустимость выполнения метрических действий непосредственно по снимку равнины должна определяться именно по этому направлению.

Критерием допустимости может быть среднее относительное отклонение знаменателя масштаба изображения вдоль главной вертикали (m_{VV}) от знаменателя главного масштаба снимка (m):

$$\frac{1}{t} = \left| \frac{m_{VV} - m}{m} \right|$$

Предельные значения критерия $1/t$ для разных значений фокусного расстояния f и углов наклона снимка αP при использовании всего снимка формата 180 x 180 (х ~ 90 мм) и его рабочей площади ($X = 70$ мм) приведены в таблице 1.

Вопрос 2. Масштаб планового и наклонного снимка

α_p	$f, \text{ мм}$					
	100		200		300	
	$x, \text{ мм}$					
	90	70	90	70	90	70
3°	1/11	1/14	1/22	1/28	1/33	1/42
$40'$	1/48	1/62	1/96	1/123	1/144	1/185
$10'$	1/191	1/246	1/382	1/491	1/573	1/737

П р и м е ч а н и е. Жирной линией в таблице отделены допустимые точности для решения приведенной выше задачи при различных параметрах съемки.

Вопрос 3. Влияние рельефа местности на геометрические свойства снимка

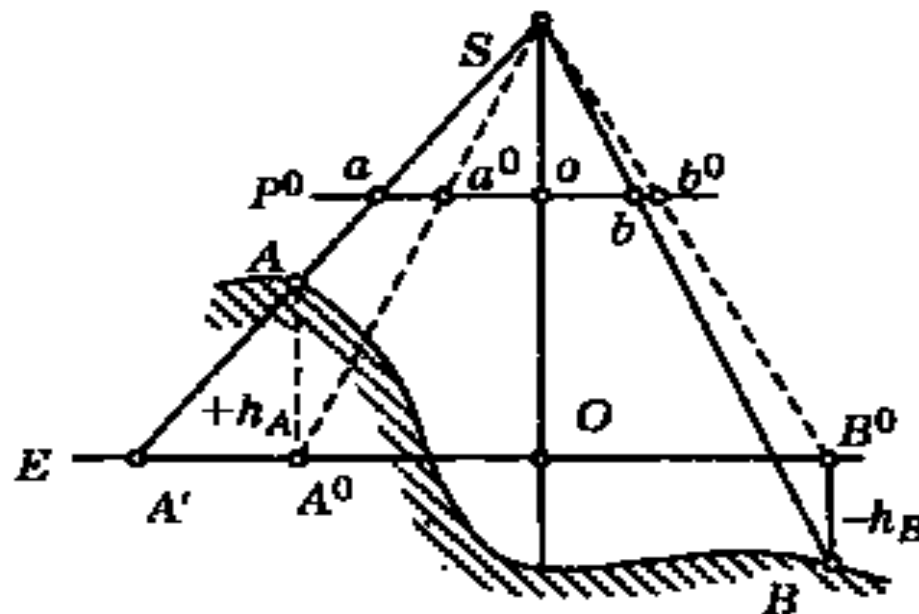
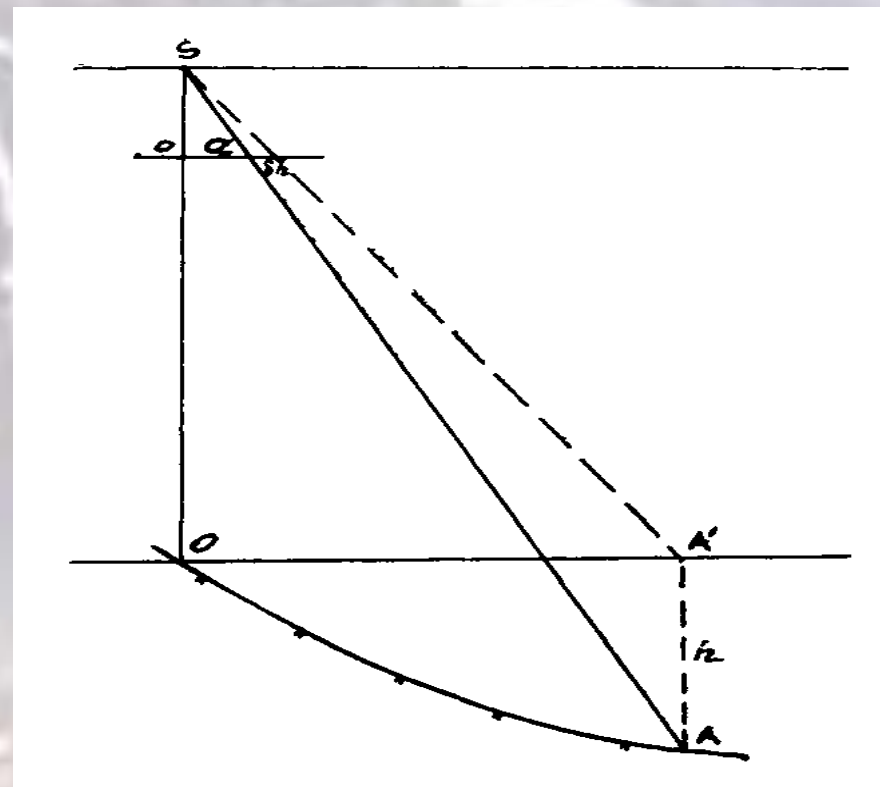
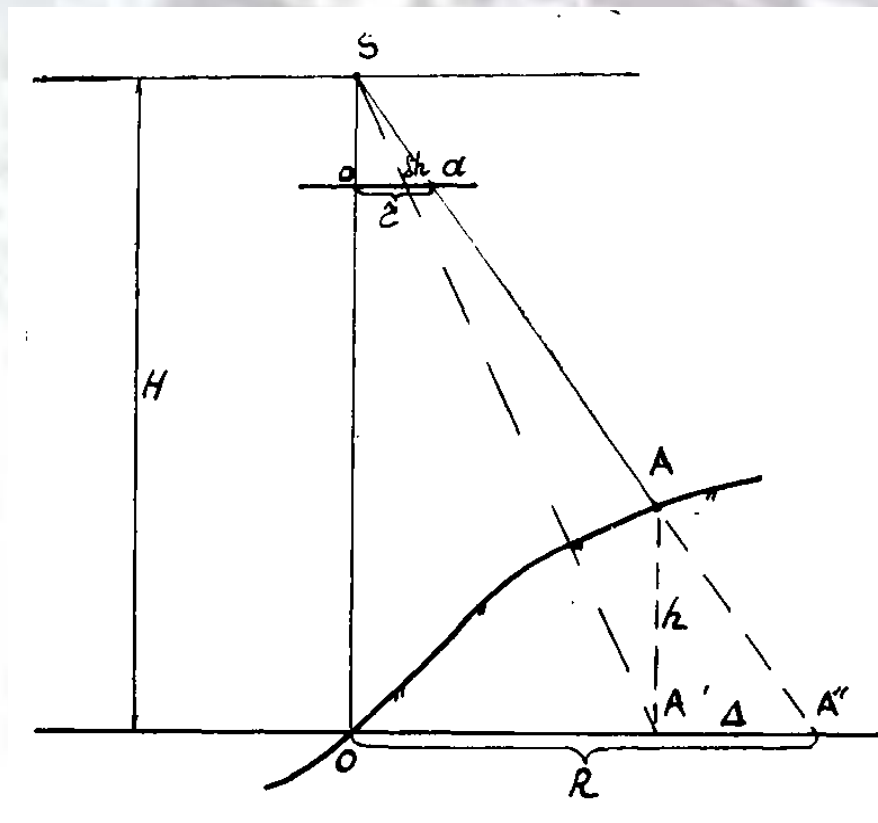


Рис. 3.15. Линейные смещения, вызванные влиянием рельефа местности

Аэроснимок является изображением местности в центральной проекции, а топографический план - в ортогональной. Отрезки aa^0 и bb^0 являются смещениями δh точек a и b , вызванными влиянием рельефа местности. При положительном превышении точки A относительно плоскости E ее изображение смещается от главной точки горизонтального снимка, а при отрицательном превышении это смещение направлено к главной точке.

Вопрос 3. Влияние рельефа местности на геометрические свойства снимка
СНИМКА



$$\Delta SOA'' \approx \Delta Soa \rightarrow \delta h / r = \Delta / R$$

$$\Delta AA'A'' \approx \Delta SOA'' \rightarrow \Delta / R = h / H$$

$$\delta h / r = h / H$$

$$\delta h = \frac{rh}{H}$$

Вопрос 3. Влияние рельефа местности на геометрические свойства снимка

1. Величина смещения $\delta h = 0$ при $g = 0$ или $h = 0$, т.е. если точка располагается на средней плоскости E или совпадает с точкой надира.
2. При положительных превышениях точек местности над предметной плоскостью смещения δh направлены от точки надира, а при отрицательных превышениях - к точке надира.
3. Для уменьшения влияния рельефа местности следует увеличивать либо высоту фотографирования H , либо фокусное расстояние f .

Формула δh получена без учета угла наклона снимка и поэтому не является строгой. Однако она широко применяется в фотограмметрической практике, поскольку допустимая ошибка вычисления величины смещения δh при плановой аэрофотосъемке не превышает 0,1-0,2 мм

Вопрос 3. Влияние рельефа местности на геометрические свойства снимка

Полученная формула дает **хорошую оценку** величины смещения точек за рельеф для плановых снимков. Это значит, что по измеренной на плановом снимке величине смещения δh можно в ряде случаев с достаточной для практики точностью определить высоту отдельных объектов (дерева, столба, здания, трубы и т. д., рис.35).

$$h_{AB} = \frac{fm}{r} \Delta r_n \quad (14)$$

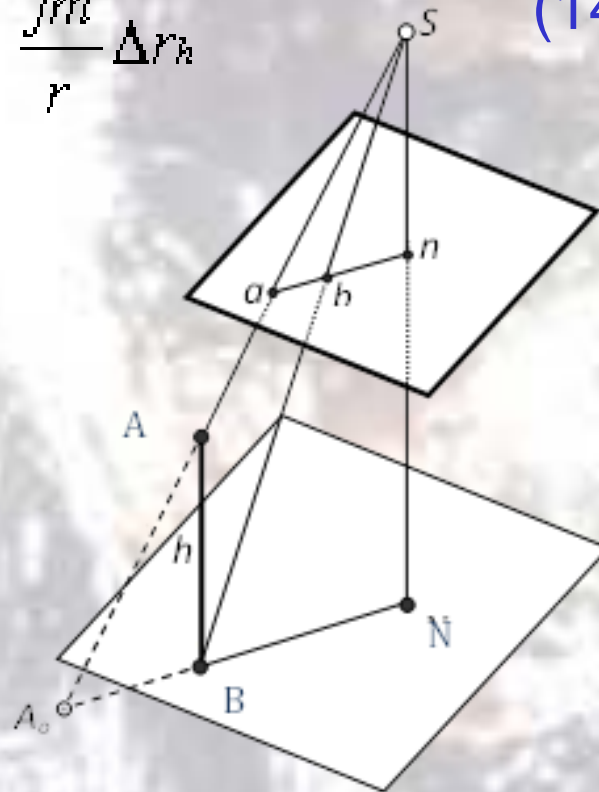
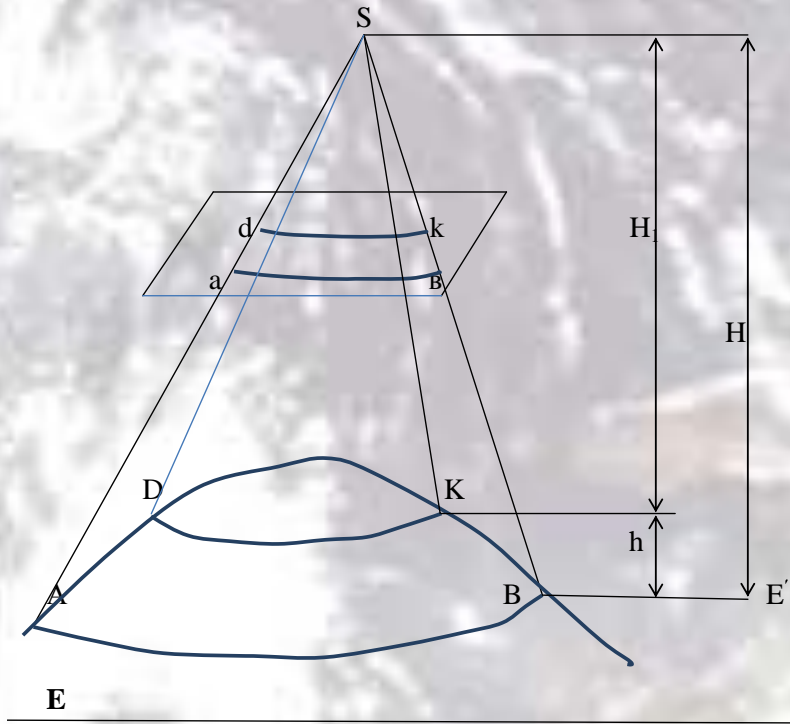


Рис. 35 Определение высоты объектов

Вопрос 4. Изменение масштаба аэрофотоснимка вследствие влияния рельефа местности



Масштаб изображения горизонталей AB и DK соответственно равны:

$$\frac{1}{m_{AB}} = \frac{f}{H}; \quad \frac{1}{m_{DK}} = \frac{f}{H-h}$$

Абсолютная разномасштабность изображения горизонталей составит величину $\Delta m = H/f - (H-h)/f = h/f$

Относительная разномасштабность изображения горизонталей определится по формуле

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{h}{f} \frac{f}{H} = \frac{h}{H}$$

Вопрос 4. Изменение масштаба аэрофотоснимка вследствие влияния рельефа местности

Как видно из формулы относительная разномасштабность изображения рельефной местности на горизонтальном снимке зависит от превышений на местности и положения начальной плоскости E , над которой определена высота фотографирования H . За начальную плоскость принимают среднюю секущую плоскость. В этом случае максимальные превышения над ней h_{\max} будут меньшими, чем при использовании любой другой плоскости.

Кроме этого:

1. Масштаб изображения произвольной **на** горизонтали - величина постоянная, поскольку для неё $H-h = \text{const}$. Разные горизонталы имеют разный масштаб, поскольку у них разные превышения h над начальной плоскостью.

2. Чем больше превышение над начальной плоскостью (чем выше горизонталь), тем крупнее масштаб её изображения.

Из формулы (4.40) следует, что длиннофокусные снимки имеют меньшую разномасштабность.

Вопрос 4. Изменение масштаба аэрофотоснимка вследствие влияния рельефа местности

Масштаб снимка вдоль изображения ската местности есть величина переменная, поскольку высота фотографирования H над различными точками ската различна. При прочих равных условиях наибольшее изменение масштаба происходит вдоль изображения ската, совпадающего с направлением из главной точки o горизонтального снимка.

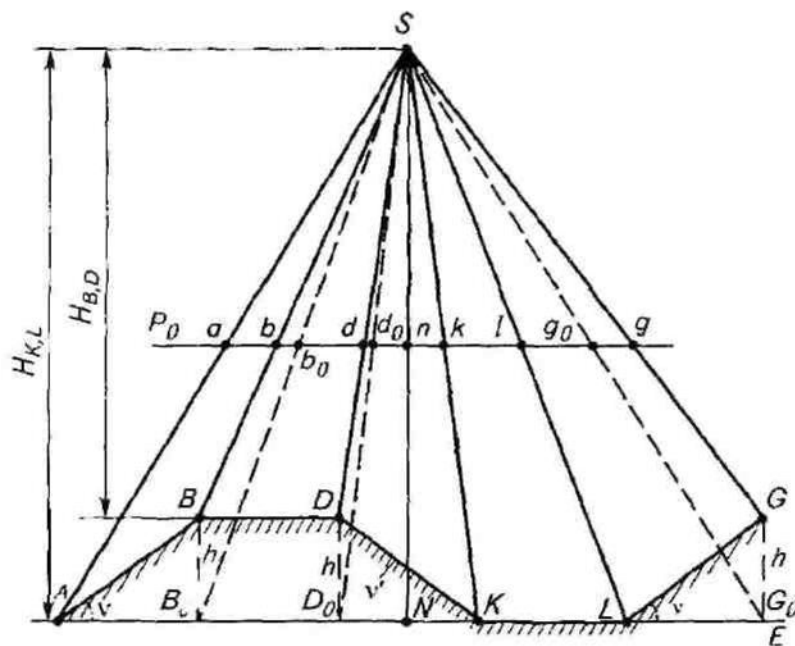


Рис. 8.11. Влияние рельефа местности на масштаб изображения различных расположенных на земной поверхности отрезков

Вопрос 4. Изменение масштаба аэрофотоснимка вследствие влияния рельефа местности

Масштаб бесконечно малого отрезка вдоль ската, совпадающего с направлением из главной точки о горизонтального снимка, рассчитывается по формуле 4.2.

$$\frac{1}{m_v} = \frac{f}{H} \left(1 + \frac{r}{f} \operatorname{tg} \nu\right) \quad (4.2)$$

где

r – расстояние от главной точки снимка о до середины бесконечно малого отрезка

H - высота фотографирования над точкой ската, для которой определяется масштаб.

Анализ формулы (4.42) показывает:

1. Масштаб горизонтального снимка вдоль изображения ската непрерывно меняется, поскольку меняется r .

2. Если отметки точек ската возрастают по направлению от главной точки снимка о (угол $\nu > 0$), то при увеличении расстояния r от главной точки о значение

$$\left(1 + \frac{r}{f} \operatorname{tg} \nu\right)$$

увеличивается, а H уменьшается и масштаб становится крупнее.

3. Масштаб вдоль изображения ската рассчитывается по формуле

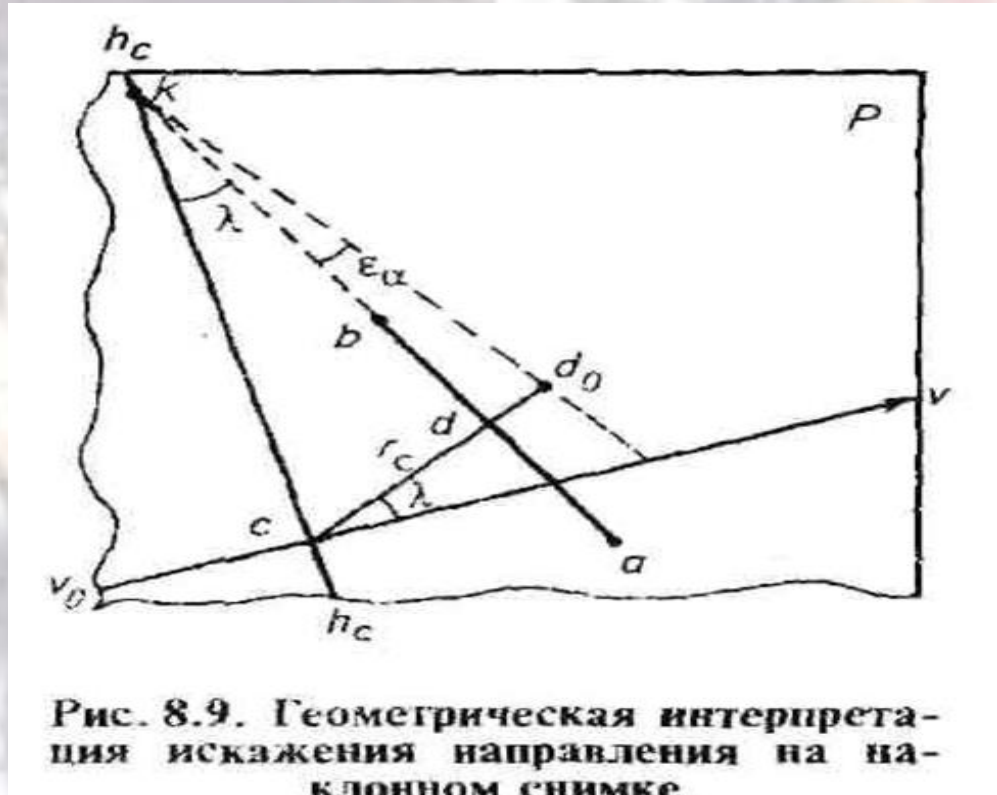
$$\frac{1}{m'_v} = \frac{1}{m'_k} \left(1 + \frac{r}{f} \operatorname{tg} \nu\right) \quad (4.3)$$

Вопрос 4. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом

Определить искажения направления за наклон снимка можно с помощью рисунка. Исследуемое направление проходит через точки а и b. Это направление пересечется с горизонталью hc в точке к под углом α . Опустив на линию ab перпендикуляр, получим точку d. Угол, образованный направлениями перпендикуляра и главной вертикали, будет также равен α . Введя в положение точки d поправку, определенную по формуле (8.2), найдем не смещенное за угол наклона снимка положение этой точки — d0.

$$\sin \varepsilon_{\alpha} = \frac{r_c \sin \alpha_p \cos \lambda}{f}$$

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{r_0 \alpha'_p \sin \lambda}{f}$$

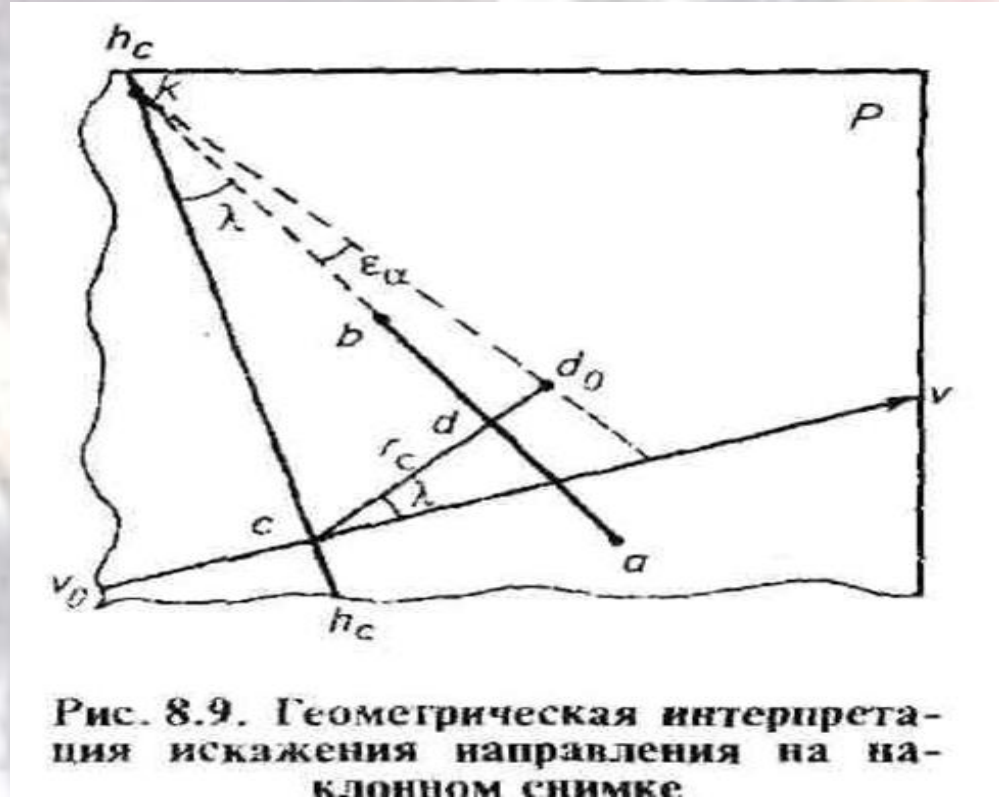


Вопрос 5. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом

Определить искажения направления за наклон снимка можно с помощью рисунка. Исследуемое направление проходит через точки a и b . Это направление пересечется с горизонталью hc в точке k под углом α . Опустив на линию ab перпендикуляр, получим точку d . Угол, образованный направлениями перпендикуляра и главной вертикали, будет также равен α . Введя в положение точки d поправку, определенную по формуле (8.2), найдем не смещенное за угол наклона снимка положение этой точки — d_0 .

$$\sin \varepsilon_{\alpha} = \frac{r_c \sin \alpha_p \cos \lambda}{f}$$

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{r_0 \alpha'_p \sin \lambda}{f}$$



Вопрос 5. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом

Анализ формулы искажений направлений за наклон показывает:

1. Не искажаются направления, проходящие через точку нулевых искажений s ($rc=0$) и совпадающие с фотограмметрическими горизонталями ($\lambda=90^\circ$);
2. Искажение направления увеличивается с увеличением угла наклона снимка α Р;
3. Искажение направления увеличивается с уменьшением фокусного расстояния съёмочной камеры f ;
4. При фиксированных f и α наибольшие искажения имеют направления, параллельные главной вертикали ($\lambda=0^\circ$, $\cos \lambda=1$), причём, чем удалённее направление от точки s (чем больше r), тем больше оно искажается.

Вопрос 5. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом

В таблице (4.1) приведены значения **искажений направлений**, удалённых от точки с на 100мм ($r_c = 100\text{мм}$) для различных углов наклона снимка α_P и для различных фокусных расстояний f съёмочных камер.

Таблица 4.1. Величины искажений направлений

f(мм)	88	150	300
α_P			
3°	3° 24′	2°	1°
40′	45′	27′	13′
10′	11′	7′	3′

Вопрос 5. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом

Влияние рельефа на искажение направлений на снимке показано на рисунке. Исследуемое направление проходит через точки a и b . Допустим, что соответственная точка A на местности ниже соответственной точки B на величину h . Неискаженное положение точки снимка a можно найти, введя поправку δh , вычисленную по формуле (8.12). Направление ba_0 будет неискаженным, а образовавшийся при точке b угол εh — величиной искажения направления.

$$\frac{\sin \varepsilon_h}{aa_0} = \frac{\sin \varphi}{l_0}$$

$$\sin \varepsilon_h = \frac{aa_0 \sin \varphi}{l_0} = \frac{rh \sin \varphi}{Hl_0}$$

где l — отрезок прямой, искажение направления которого определяют.

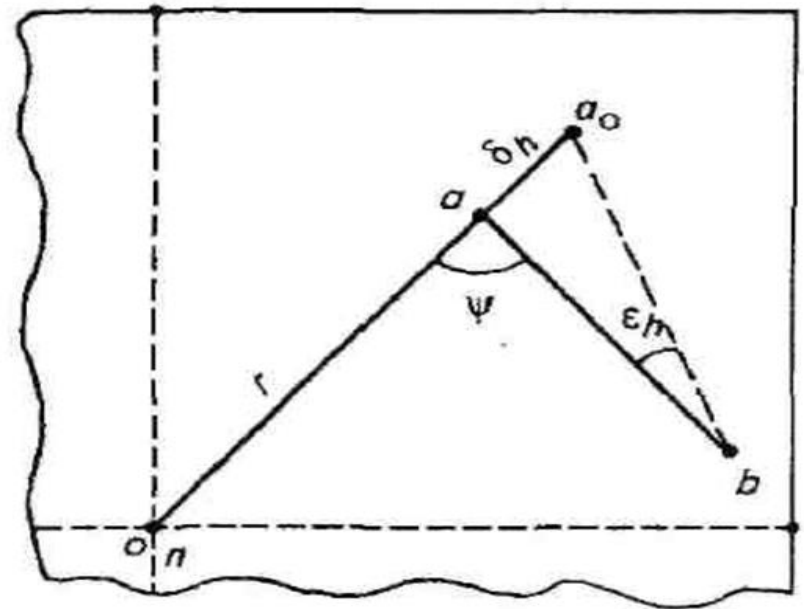


Рис. 8.13. Геометрическая интерпретация влияния рельефа местности на искажение направлений на снимке

Вопрос 5. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом

Анализ формулы искажений направлений за рельеф показывает:

1. Наибольшее искажение имеют направления, для которых угол $\varphi = 90^\circ$, для них $\sin\varphi = 1$.

$$\operatorname{tg}\varepsilon_{\text{max}} = \frac{m}{Hl},$$

2. На горизонтальном снимке не искажаются направления, проходящие через главную точку o (точку надира n). Для них $r = 0$ или $\varphi = 0$.
3. На горизонтальном снимке не искажаются направления, проходящие через точки с одинаковыми высотами. Для них $h = 0$. (из точки n 0)
4. Для снимков, полученных в одном масштабе, искажения направлений за влияние рельефа тем меньше, чем больше фокусное расстояние f АФА и длиннее отрезок l , определяющий направление.

Вопрос 5. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом

Рельеф местности вызывает также искажение площадей участков снимка по сравнению с соответственной ортогональной проекцией

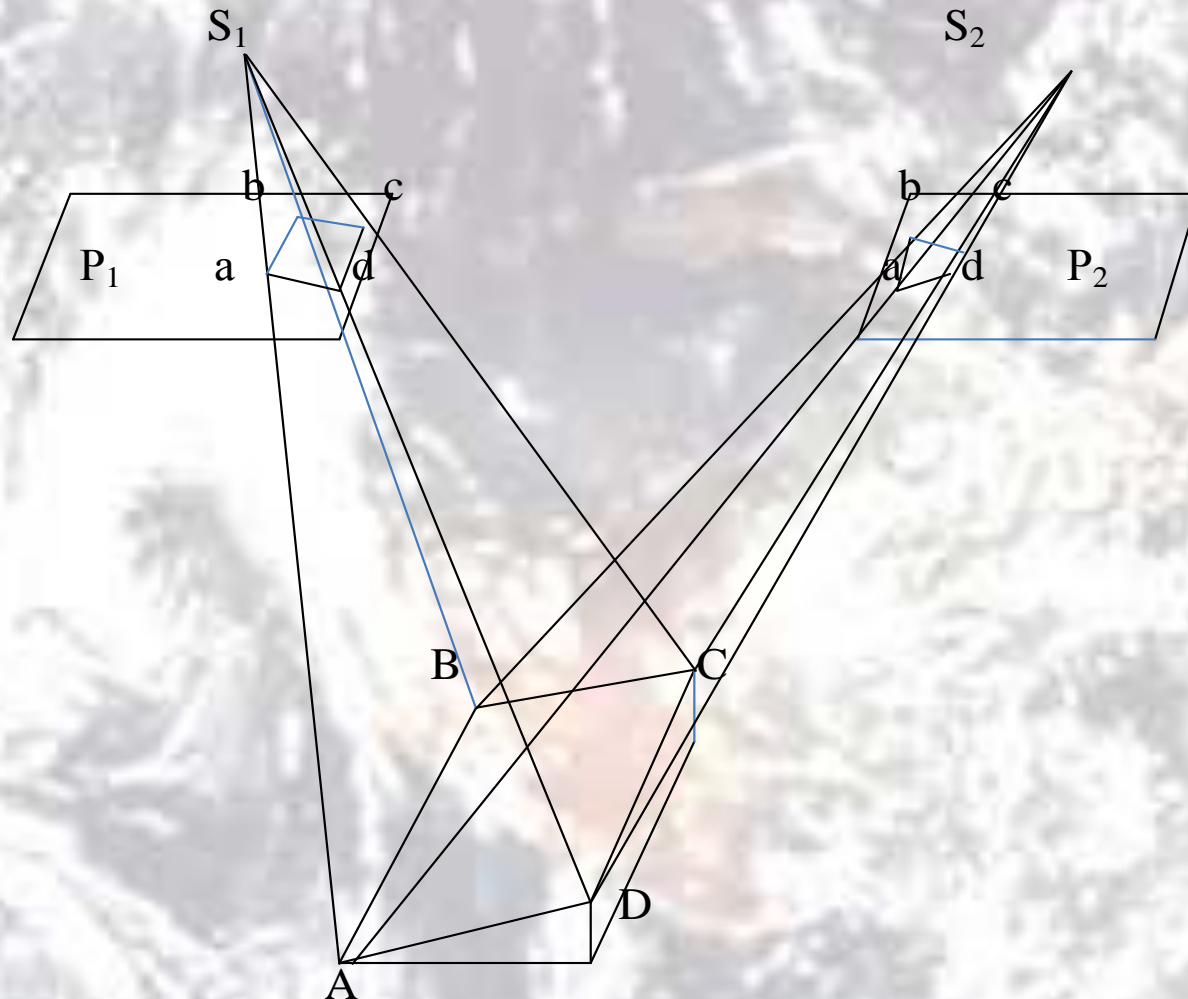


Рис.4.15. Искажение площадей на горизонтальном снимке за влияние рельефа

Вопрос 5. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом

Площадь P_0 участка, линия ската которого расположена произвольно, вычисляется по формуле (4.50)

$$P = p(m')^2 = p \frac{H'^2}{f} \left(1 + \frac{r_{\varphi} \operatorname{tg} v_{\varphi}}{2f}\right)^{-2}$$

где

p – площадь участка на снимке;

$1/m'$ – средний масштаб в центре участка;

H' – высота фотографирования над центром участка;

v_{φ} – угол наклона участка вдоль центрального направления;

$r_{\text{ср}}$ – расстояние от главной точки снимка до центра участка.

Величина искажения площади ΔPh вычисляется по формуле (4.51)

$$\Delta Ph = P - P_0 = Pr_{\text{ср}} \operatorname{tg} v_{\varphi} / f \quad (4.51)$$

где

P – площадь участка, искаженная за рельеф;

P_0 – площадь неискаженного за рельеф участка.

Вопрос 5. Смещение точек, искажение направлений, искажение площадей, искажение отрезков, вызванных наклоном снимка и рельефом

Анализ формулы (4.51) позволяет сделать следующие выводы:

1. Не искажаются площади участков, центр которых совпадает с главной точкой снимка o ($r_{cp} = 0$);
2. Не искажаются площади участков, уклон которых вдоль центрального направления равен 0 ($\text{tg } v_{ц} = 0$);
3. На длиннофокусных снимках искажение площадей меньше, чем на короткофокусных при прочих равных условиях.

Относительная величина искажения площади определяется по формуле (4.52)

$$\frac{\Delta p_k}{p} = \frac{r_{\varphi} \text{tg } v_{\varphi}}{f}$$

(4.52)

4. Максимальное искажение площади участка возникает при совпадении линии ската участка с центральным направлением на снимке (4.53).

$$\left(\frac{\Delta p_k}{p}\right)_{\text{max}} = \frac{r_{\varphi} \text{tg } v_{\text{max}}}{f}$$

Если угол наклона участка вдоль центрального направления $v_{ц} = 0$, то при углах наклона местности до 10° ($v_{\text{max}} < 10^\circ$) искажение площадей практически отсутствует.

Литература

1. Лимонов А.Н., Гаврилова Л.А. «Научные основы фотограмметрии и дистанционного зондирования». Научно-методическое пособие, электронная версия, 2013.
2. Лимонов А.Н., Гаврилова Л.А. «Фотограмметрия и дистанционное зондирование», М. Академпроект, 2016 г.
3. Лобанов А.Н. Фотограмметрия. М. Недра.1984.



***Спасибо за
внимание***