МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПО ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВУ

Факультет городского кадастра
Кафедра Аэрофотогеодезии

Тема 2_3.

ТЕОРИЯ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ОДИНОЧНОГО ТОПОГРАФИЧЕСКОГО АЭРОФОТОСНИМКА

Разработал Пантюшин Валерий Алексеевич
кандидат технических наук

2019 год

Учебные вопросы

1. Системы координат, применяемые в фотограмметрии.
2. Зависимость между пространственными и плоскими системами координат.
3. Элементы ориентирования снимка.
4. Зависимость между пространственными и плоскими координатами точек снимка.
5. Зависимость между координатами точек снимка и местности.
6. Зависимость между координатами точек наклонного и горизонтального снимка.
7. Обратная фотограмметрическая засечка.
8. Математическая основа фотограмметрической обработки снимков.
9. Раздельное определение ЭВО снимка.

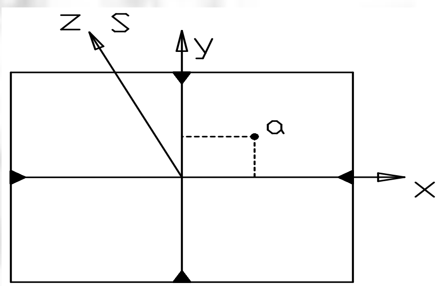
Вопрос 1. Системы координат, применяемые в фотограмметрии.

Вопрос 1. Системы координат, применяемые в фотограмметрии.

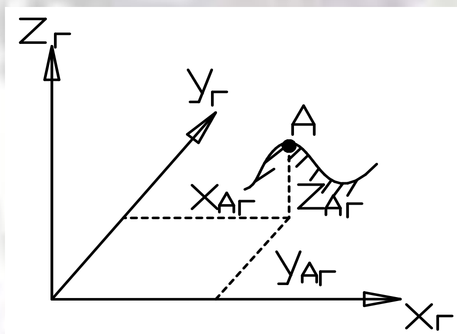
Координатные системы снимков предназначены для определения положения снимков в пространстве и измерения изображений на снимках. Являются прямоугольными, правыми и делятся на внутренние и внешние.

Внутренние системы - плоские, с началом в точке пересечения линий, соединяющих координатные метки снимка. Внешние координатные системы являются пространственными, их начало находится вне плоскости снимка.

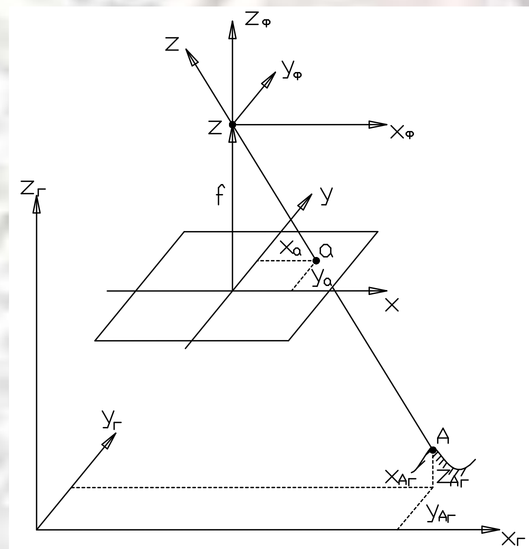
Координаты точки a(x y –f)



Система координат снимка



Система координат местности



Фотограмметрическая система координат

Вопрос 1. Системы координат, применяемые в фотограмметрии.

В левой (французской) координатной системе последовательное преобразование осей X —>Y —>Z —>X выполняется путем вращения их по часовой стрелке; в правой (английской) системе тот же результат достигается при вращении осей координат против часовой стрелки.

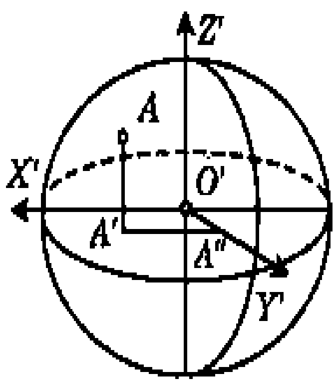


Рис. 3.1. Геоцентрическая система координат

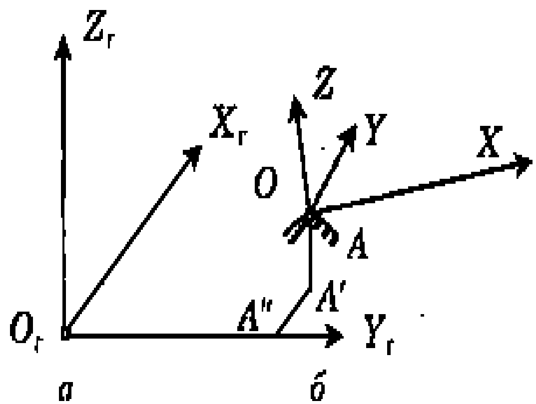
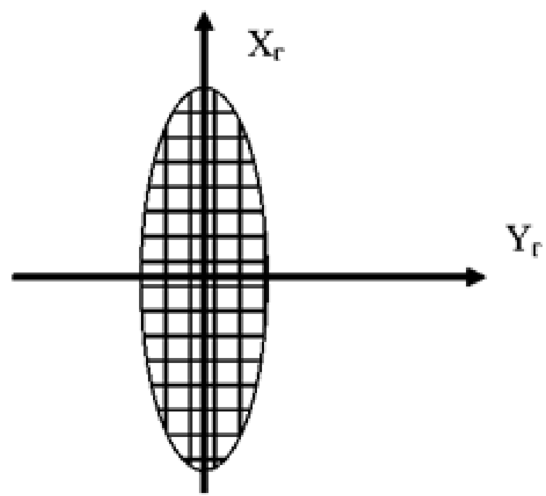


Рис. 3.2. Геодезическая (*а*) и фотограмметрическая (*б*) системы координат



Вопрос 1. Системы координат, применяемые в фотограмметрии.

К внутренним координатным системам относятся:

- плоская прямоугольная координатная система;
- пространственная прямоугольная система.

Плоская прямоугольная координатная система oxy используется для определения положения точек на снимке.

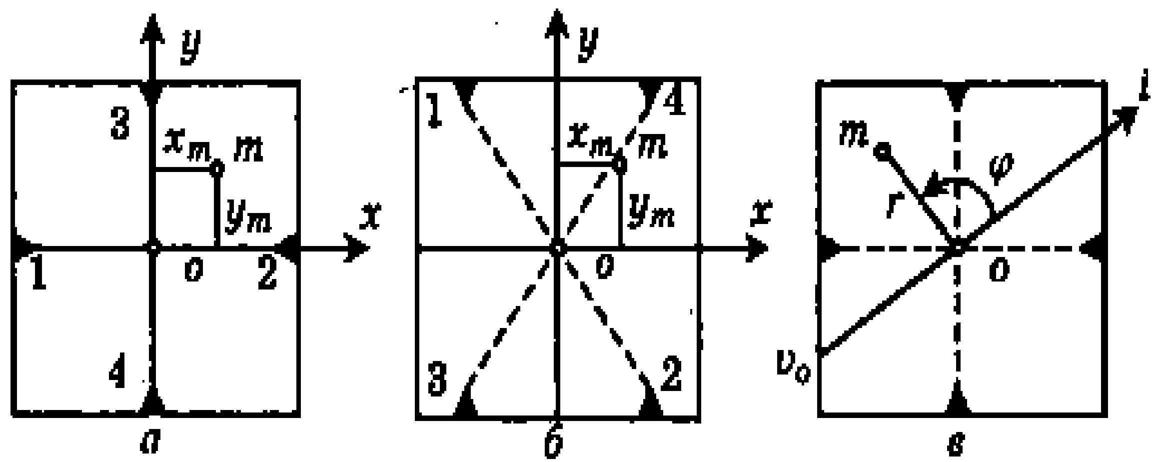
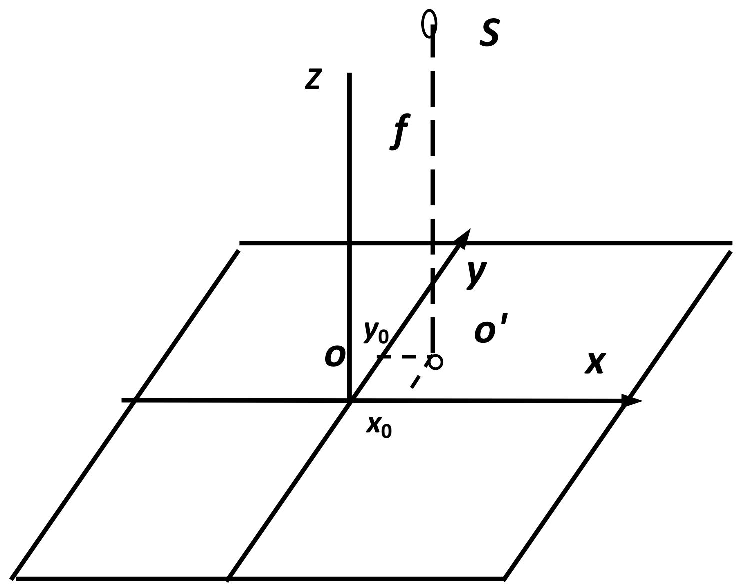


Рис. 3.3. Внутренние координатные системы аэроснимка

Вопрос 1. Системы координат, применяемые в фотограмметрии.

Пространственная систему координат снимка oxyz используется для определения положения центра проекции S в плоской прямоугольной системе координат снимка



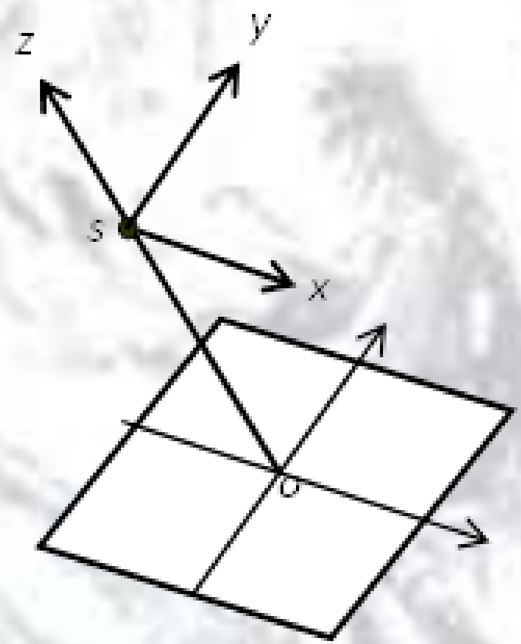
В этой системе для негатива координатами центра проекции являются величины xo, yo, -f

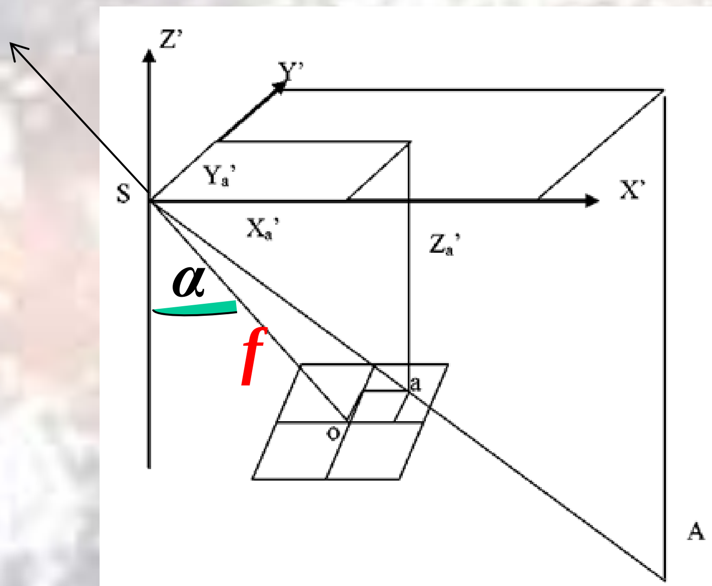
Вопрос 1. Системы координат, применяемые в фотограмметрии.

К внешним координатным системам снимков относят следующие пространственные прямоугольные системы координат:

- вспомогательная систему координат снимка Sxyz;
- фотограмметрические системы координат (снимка, пары снимков, одиночных моделей местности);
- фотограмметрическая система координат отдельных маршрутов.

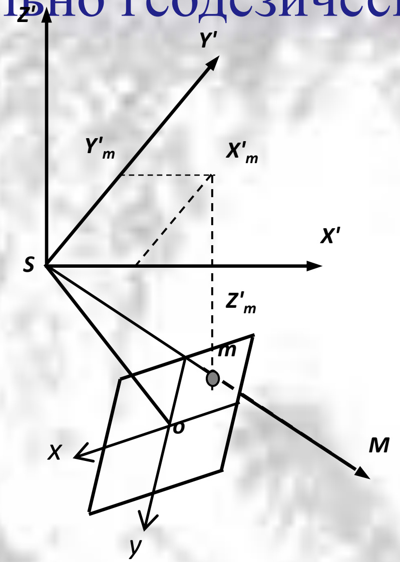
Вспомогательная систему координат снимка Sxyz



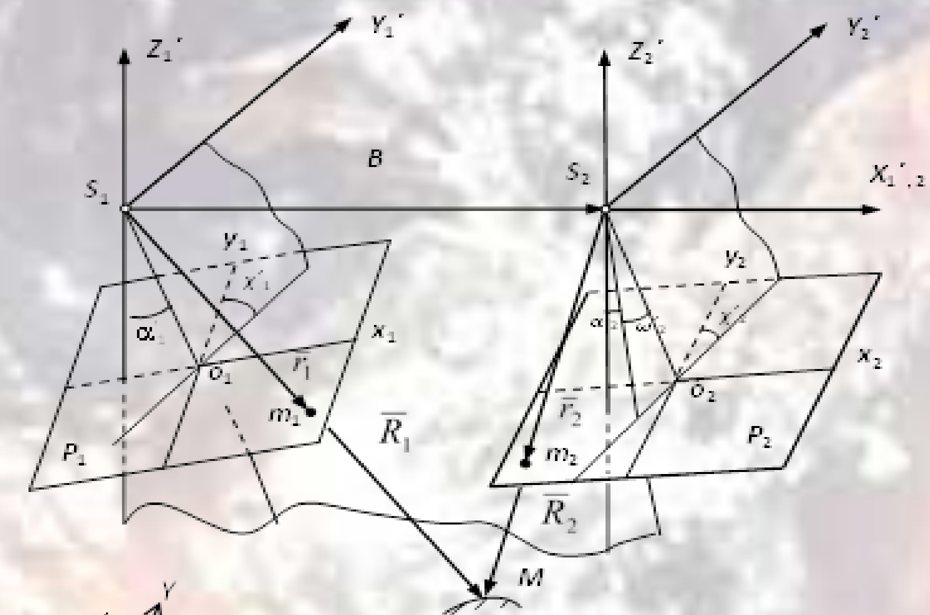


Вопрос 1. Системы координат, применяемые в фотограмметрии.

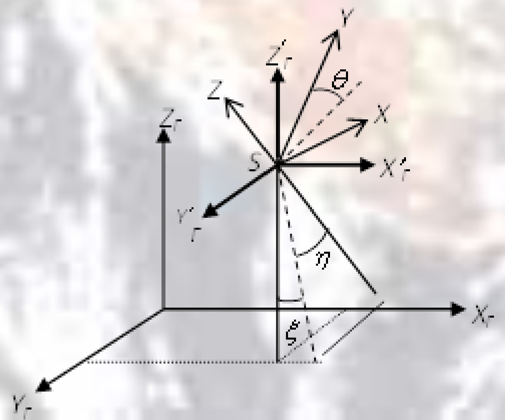
Фотограмметрические системы координат (снимка, пары снимков, одиночных моделей и маршрутов) используются для определения координат точек изображений объектов и определения элементов ориентирования снимка, пары снимков, снимков в маршруте относительно геодезической системы координат



Пространственная система координат снимка

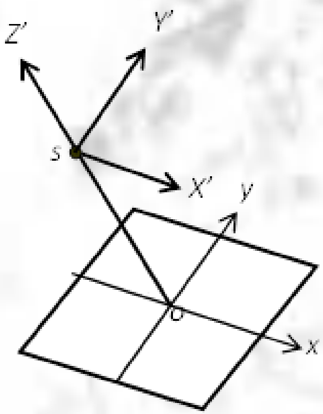


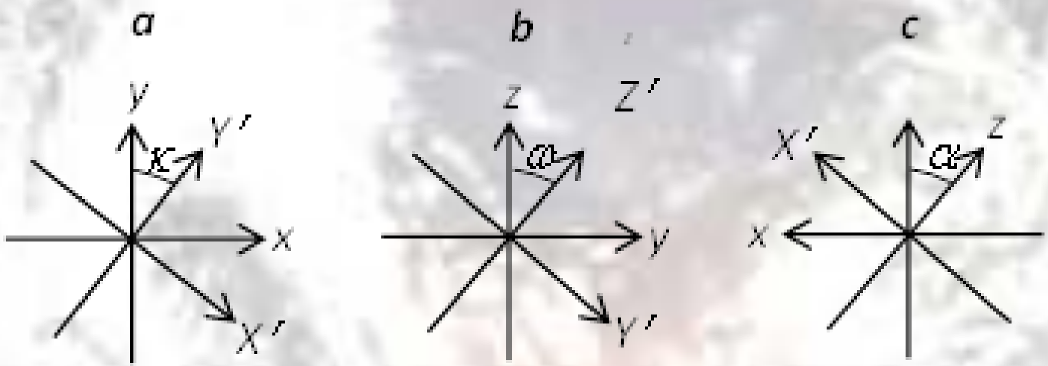
Пространственная система координат пары снимков

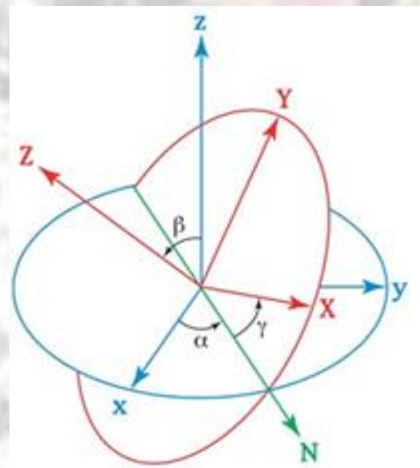


Вопрос 2. Зависимость между пространственными и плоскими системами координатами.

Если координатные оси внешней системы расположены параллельно соответствующим осям внутренней системы снимка, а ось Z внешней системы совместима с главным лучом связки So, тогда координаты любой точки во внешней системе имеют те же значения, что и во внутренней плоской системе снимка, а координата Z для всех точек постоянна и равна фокусному расстоянию снимка (Z' = -f – для негатива).

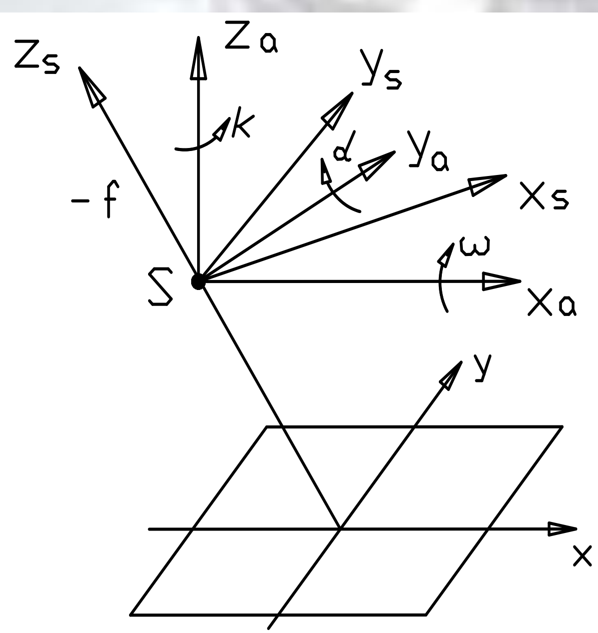






Если оси систем координат не параллельны, то преобразование плоской системы в пространственную следует выполнять вращением или поворотом на углы ω α χ относительно осей Z' , X' и Y‘.

Вопрос 2. Зависимость между пространственными и плоскими системами координат



x_a, y_a, z_a – фотограмметрическая система координат;

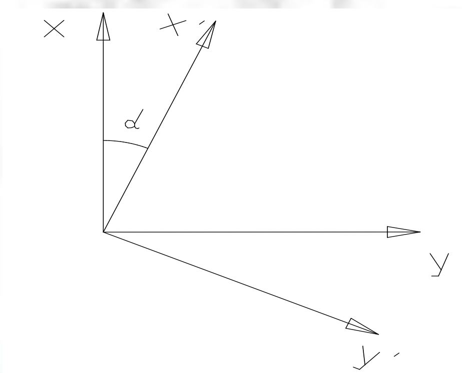
x_s, y_s, z_s –вспомогательная система координат.

Вспомогательная система координат развернута относительно фотограмметрической на углы Эйлера.

$\angle\alpha$ –поворот осуществляется вокруг оси Y;

$\angle\omega$ – поворот осуществляется вокруг оси X;

$\angle\aleph$ – поворот осуществляется вокруг оси Z



$$\begin{cases} x' = x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ y' = x\sin\alpha - y\cos\alpha \\ z' = z \end{cases}$$

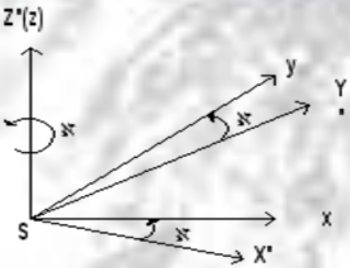
$$\Pi_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & -\cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Pi_\omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & \sin\omega & -\cos\omega \end{pmatrix}$$

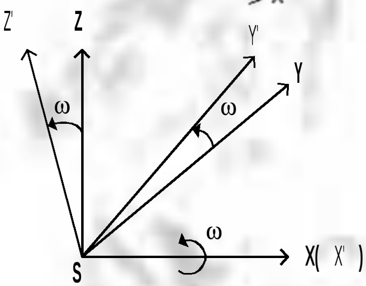
$$\Pi_\aleph = \begin{pmatrix} \cos\aleph & 0 & \sin\aleph \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\aleph & 0 & -\cos\aleph \end{pmatrix}$$

Вопрос 2. Зависимость между пространственными и плоскими системами координат

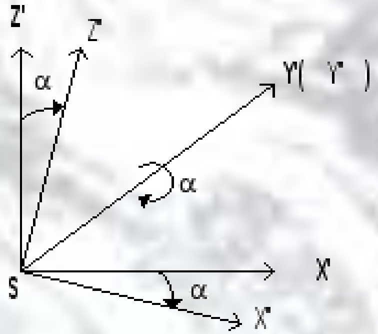
Последовательным поворотам на эти углы будут соответствовать матрицы поворота $A_{\aleph}$, A_{ω}, и A_{α}., элементами которых будут являться косинусы углов между соответственными осями двух систем координат – α, ω, χ.



$$A_{\aleph}=\begin{pmatrix}\cos\aleph & \cos(90^\circ+\aleph) & \cos 90^\circ\\ \cos(90^\circ-\aleph) & \cos\aleph & \cos 90^\circ\\ \cos 90^\circ & \cos 90^\circ & \cos 0^\circ\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\aleph & -\sin\aleph & 0\\ \sin\aleph & \cos\aleph & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$



$$A_{\omega}=\begin{pmatrix}\cos 0^\circ & \cos 90^\circ & \cos 90^\circ\\ \cos 90^\circ & \cos\omega & \cos(90^\circ+\omega)\\ \cos 90^\circ & \cos(90^\circ-\omega) & \cos\omega\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega\\ 0 & \sin\omega & \cos\omega\end{pmatrix}$$



$$A_{\alpha}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & \cos 90^\circ & \cos(90^\circ-\alpha)\\ \cos 90^\circ & \cos 0^\circ & \cos 90^\circ\\ \cos(90^\circ+\alpha) & \cos 90^\circ & \cos\alpha\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\alpha & 0 & \sin\alpha\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha\end{pmatrix}$$

Вопрос 2. Зависимость между пространственными и плоскими системами координат.

Общая матрица преобразования *A* равна произведению:

$$A = A_{\alpha} A_{\omega} A_{\chi}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos Xx & \cos Xy & \cos Xz \\ \cos Yx & \cos Yy & \cos Yz \\ \cos Zx & \cos Zy & \cos Zz \end{pmatrix}$$

Оси	x	y	z
X	a_1	a_2	a_3
Y	b_1	b_2	b_3
Z	c_1	c_2	c_3

$$A\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix} \qquad A_{\omega} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} \qquad A_{\chi} = \begin{pmatrix} \cos\chi & -\sin\chi & 0 \\ \sin\chi & \cos\chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A\alpha\omega = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha\sin\omega & -\sin\alpha\cos\omega \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\alpha & \cos\alpha\sin\omega & \cos\alpha\cos\omega \end{pmatrix}$$

Вопрос 4. Зависимость между пространственными и плоскими координатами точек снимка.

$$A\alpha\omega = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha\sin\omega & -\sin\alpha\cos\omega \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\alpha & \cos\alpha\sin\omega & \cos\alpha\cos\omega \end{pmatrix}$$

$$A_\omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix}$$

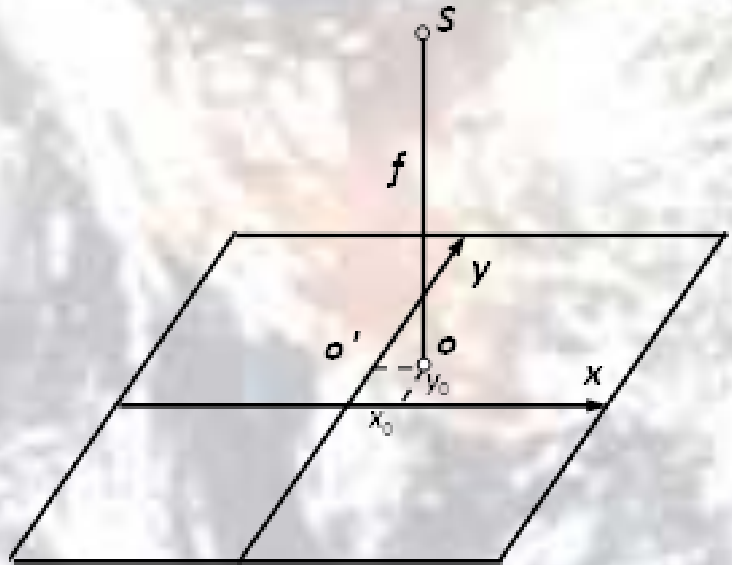
$$a_1 = \cos\,(X', x) = \cos\,\alpha\,\cos\,\chi + \sin\,\alpha\,\sin\,\omega\sin\,\chi$$
$$a_2 = \cos\,(X', y) = -\cos\,\alpha\,\sin\,\chi + \sin\,\alpha\,\sin\,\omega\cos\,\chi$$
$$a_3 = \cos\,(X', z) = \sin\,\alpha\,\cos\,\omega$$
$$b_1 = \cos\,(Y', x) = \cos\,\omega\sin\,\chi$$
$$b_2 = \cos\,(Y', y) = \cos\,\omega\,\cos\,\chi$$
$$b_3 = \cos\,(Y', z) = -\sin\,\omega$$
$$c_1 = \cos\,(Z', x) = -\sin\,\alpha\,\cos\,\chi + \cos\,\alpha\,\sin\,\omega\sin\,\chi$$
$$c_2 = \cos\,(Z', y) = \sin\,\alpha\,\sin\,\chi + \cos\,\alpha\,\sin\,\omega\cos\,\chi$$
$$c_3 = \cos\,(Z', z) = \cos\,\alpha\,\cos\,\omega.$$

$$\left.\begin{aligned}
a_{11} &= \cos\alpha\cdot\cos\aleph \\
a_{12} &= -\cos\alpha\cdot\sin\aleph \\
a_{13} &= \sin\alpha \\
a_{21} &= \sin\omega\cdot\sin\alpha\cdot\cos\aleph + \cos\omega\cdot\sin\aleph \\
a_{22} &= -\sin\omega\cdot\sin\alpha\cdot\sin\aleph + \cos\omega\cdot\cos\aleph \\
a_{23} &= -\sin\omega\cdot\cos\alpha \\
a_{31} &= -\cos\omega\cdot\sin\alpha\cdot\cos\aleph + \sin\omega\cdot\sin\aleph \\
a_{32} &= \cos\omega\cdot\sin\alpha\cdot\sin\aleph + \sin\omega\cdot\cos\aleph \\
a_{33} &= \cos\omega\cdot\cos\alpha
\end{aligned}\right\}$$

Вопрос 3. Элементы ориентирования снимка

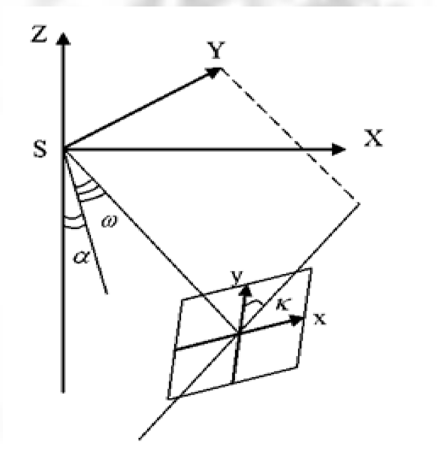
Элементами ориентирования снимка называются величины, определяющие его положение в момент фотографирования относительно выбранной пространственной прямоугольной системы координат. Различают элементы внутреннего и внешнего ориентирования снимка.

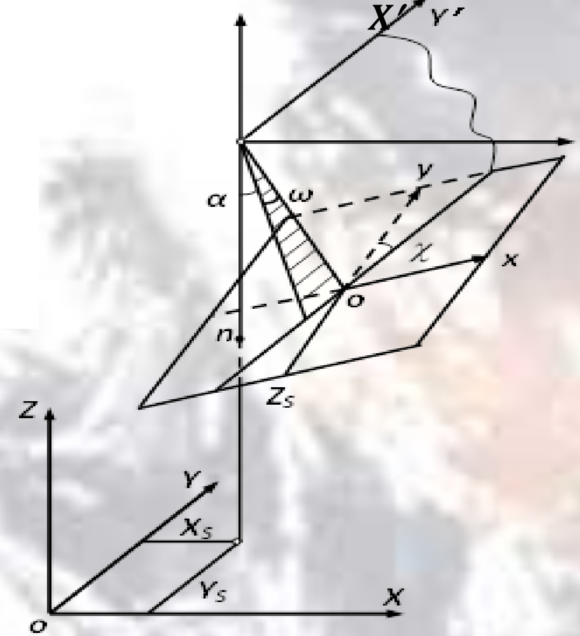
Элементы внутреннего ориентирования (ЭВнО) позволяют найти положение центра проекции относительно снимка, а значит восстановить связку проектирующих лучей, существовавшую в момент фотографирования. К ним относятся координаты главной точки x_0, y_0 снимка и фокусное расстояние f фотокамеры



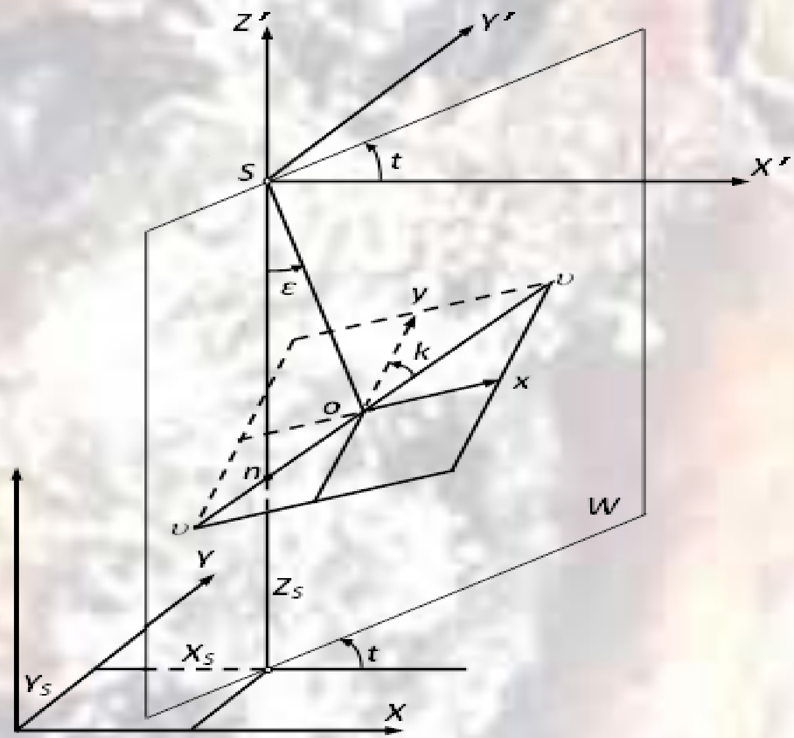
Вопрос 3. Элементы ориентирования снимка

Элементы внешнего ориентирования (ЭВО) позволяют установить положение снимка (связки), которое она занимала в момент фотографирования относительно заданной пространственной прямоугольной системы координат. К ЭВО снимка относят: три линейных величины - координаты Xs, Ys, Zs точки фотографирования, три угловые величины - углы поворота снимка α, ω, χ, (t, ε, κ).





Первая система



Вторая система

Вопрос 3. Элементы ориентирования снимка

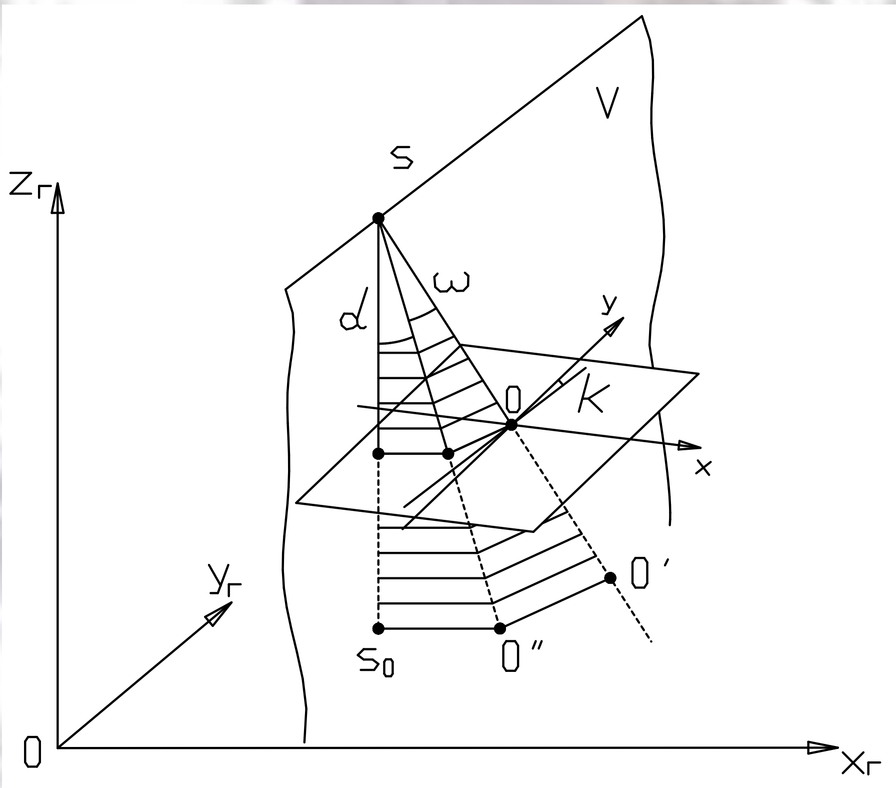
Первая система ЭВО

Проектируем O' на плоскость S S_0 O”, параллельную $Z_Г O X_Г$;

Соединяем Sc O”; V ‖ $Y_Г$.

углы Эйлера:

$$\left.\begin{array}{l} \angle\alpha - \textit{продольный угол} \\ \angle\omega - \textit{поперечный} \\ \angle\aleph - \textit{угол разворота} \end{array}\right\}$$



Вопрос 3. Элементы ориентирования снимка

Вторая система ЭВО

Линейные элементы: X_S, Y_S, Z_S

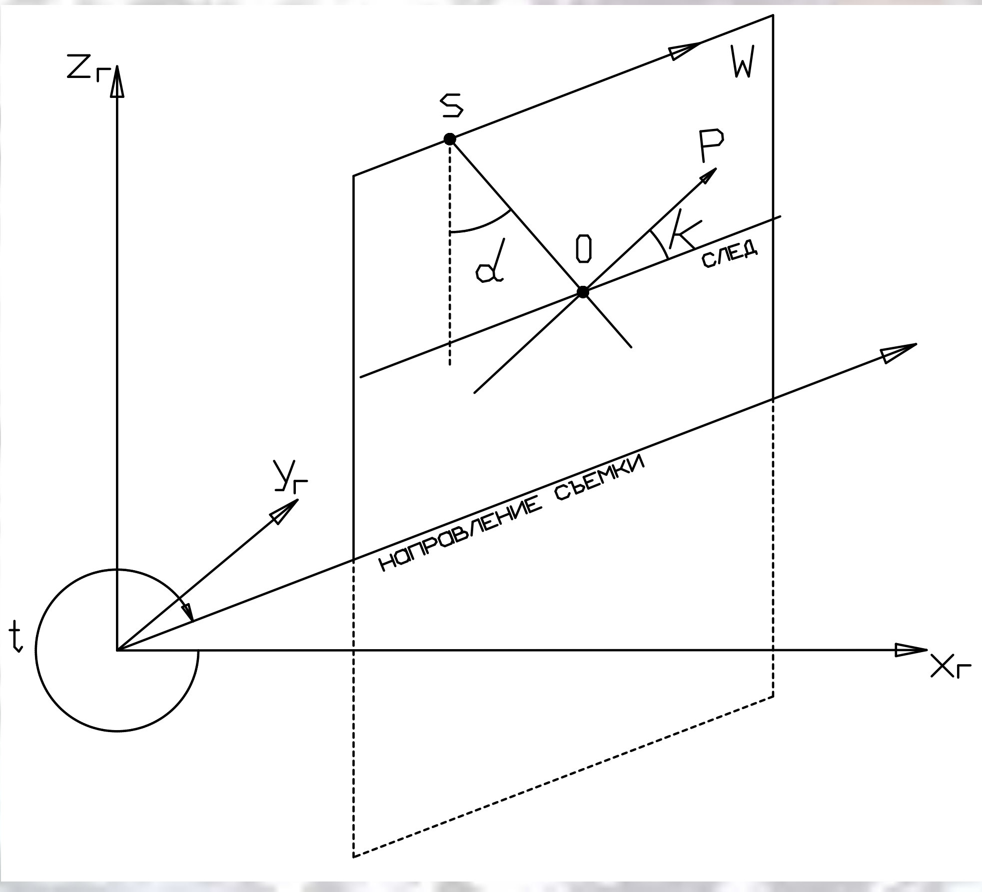
Угловые элементы:

– дирекционный угол направления съемки;

– угол наклона снимка;

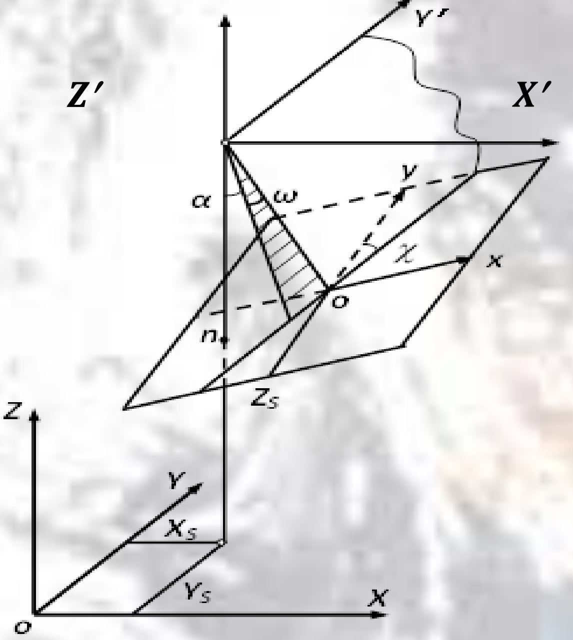
– угол между осью y снимка и следом плоскости главного вертикала;

W– плоскость главного вертикала

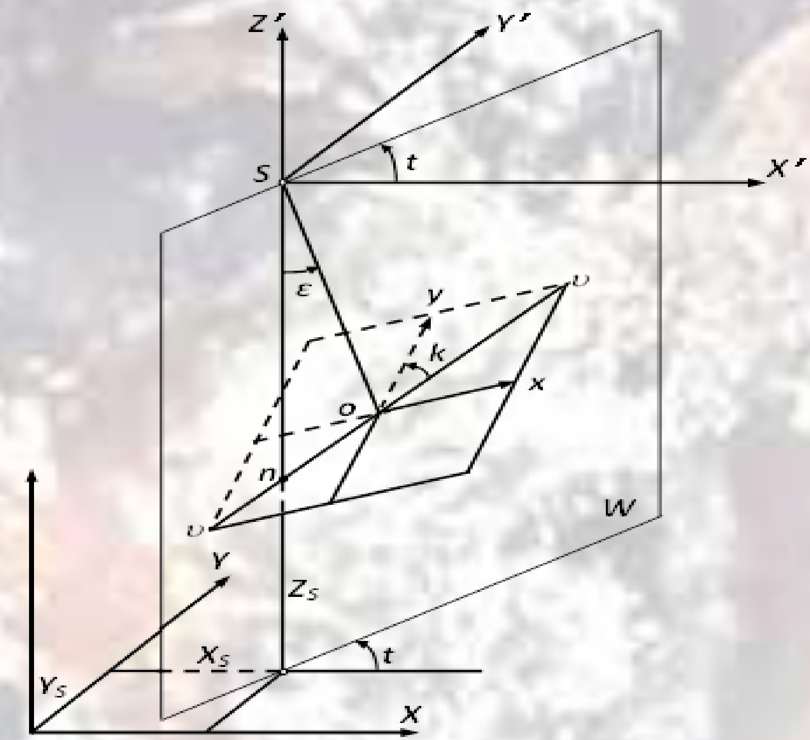


Вопрос 4. Зависимость между пространственными и плоскими координатами точек снимка.

Если известны элементы внутреннего ориентирования и угловые элементы внешнего ориентирования снимка в пространственной системе координат, то можно установить соответствие между плоскими координатами x, y точек снимка и их пространственными координатами X', Y', Z'



Первая система



Вторая система

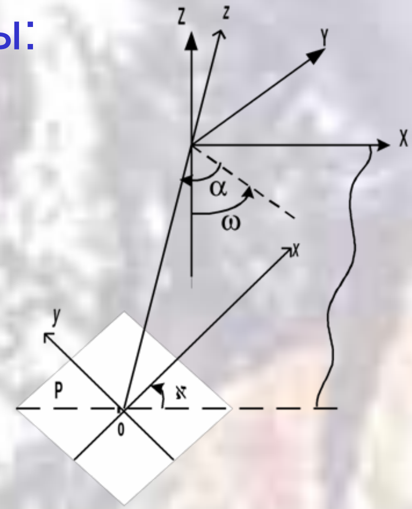
Вопрос 4. Зависимость между пространственными и плоскими координатами точек снимка.

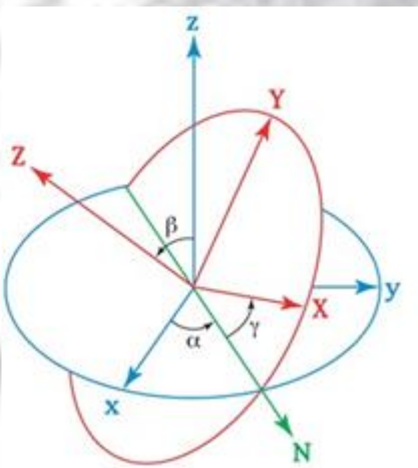
В качестве углов поворота используют углы:

ω- поперечный угол наклона;

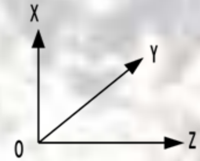
α- продольный угол наклона;

χ- угол разворота снимка.





Оси	x	y	z
X	a_1	a_2	a_3
Y	b_1	b_2	b_3
Z	c_1	c_2	c_3



Направляющие косинусы a_1, a_2, a_3,…..,c_3 зависят от трёх угловых элементов внешнего ориентирования снимка α, ω, χ и являются координатами единичных векторов, определяющих взаимное положение систем координат: S X' Y' Z' и o x y z

Вопрос 4. Зависимость между пространственными и плоскими координатами точек снимка.

В результате вращения зависимость координат точек снимка в плоской и пространственной системе выражается формулами:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(X'x) & \cos(X'y) & \cos(X'z) \\ \cos(Y'x) & \cos(Y'y) & \cos(Y'z) \\ \cos(Z'x) & \cos(Z'y) & \cos(Z'z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Так как для негативного изображения z = - f , и с учетом того что проекция точки S может не совпадать с главной точкой (x_0, y_0) зависимость координат точек снимка в плоской и пространственной системе выражается формулами:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_o \\ y - y_o \\ -f \end{pmatrix}$$

$$X' = a_1(x - x_o) + a_2(y - y_o) - a_3 f$$
$$Y' = b_1(x - x_o) + b_2(y - y_o) - b_3 f$$
$$Z' = c_1(x - x_o) + c_2(y - y_o) - c_3 f$$

Для плановых снимков (когда α, ω и χ малы), с учетом только членов первого порядка малости, то:

$$X' = x - y\chi - z\alpha,$$
$$Y' = y + x\chi - z\omega,$$
$$Z' = z + x\alpha + y\omega.$$

Вопрос 4. Зависимость между пространственными и плоскими координатами точек снимка.

$$A\alpha\omega = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha\sin\omega & -\sin\alpha\cos\omega \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\alpha & \cos\alpha\sin\omega & \cos\alpha\cos\omega \end{pmatrix}$$

$$A_\omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= \cos(X', x) = \cos\alpha\cos\chi + \sin\alpha\sin\omega\sin\chi \\
a_2 &= \cos(X', y) = -\cos\alpha\sin\chi + \sin\alpha\sin\omega\cos\chi \\
a_3 &= \cos(X', z) = \sin\alpha\cos\omega \\
b_1 &= \cos(Y', x) = \cos\omega\sin\chi \\
b_2 &= \cos(Y', y) = \cos\omega\cos\chi \\
b_3 &= \cos(Y', z) = -\sin\omega \\
c_1 &= \cos(Z', x) = -\sin\alpha\cos\chi + \cos\alpha\sin\omega\sin\chi \\
c_2 &= \cos(Z', y) = \sin\alpha\sin\chi + \cos\alpha\sin\omega\cos\chi \\
c_3 &= \cos(Z', z) = \cos\alpha\cos\omega.
\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}
a_{11} &= \cos\alpha\cdot\cos\aleph \\
a_{12} &= -\cos\alpha\cdot\sin\aleph \\
a_{13} &= \sin\alpha \\
a_{21} &= \sin\omega\cdot\sin\alpha\cdot\cos\aleph + \cos\omega\cdot\sin\aleph \\
a_{22} &= -\sin\omega\cdot\sin\alpha\cdot\sin\aleph + \cos\omega\cdot\cos\aleph \\
a_{23} &= -\sin\omega\cdot\cos\alpha \\
a_{31} &= -\cos\omega\cdot\sin\alpha\cdot\cos\aleph + \sin\omega\cdot\sin\aleph \\
a_{32} &= \cos\omega\cdot\sin\alpha\cdot\sin\aleph + \sin\omega\cdot\cos\aleph \\
a_{33} &= \cos\omega\cdot\cos\alpha
\end{aligned}\right\}$$

Для плановых снимков, когда α, ω и χ малы, с точностью до членов второго порядка малости можно записать:

$$a_1 = 1 - \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\kappa^2}{2}, \quad a_2 = -\chi + \alpha\omega, \quad a_3 = \alpha,$$

$$b_1 = \chi \quad b_2 = 1 - \frac{\omega^2}{2} - \frac{\kappa^2}{2}, \quad b_3 = -\omega,$$

$$c_1 = -\alpha + \omega\kappa, \quad c_2 = \alpha\kappa + \omega, \quad c_3 = 1 - \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\omega^2}{2},$$

Вопрос 4. Зависимость между пространственными и плоскими координатами точек снимка.

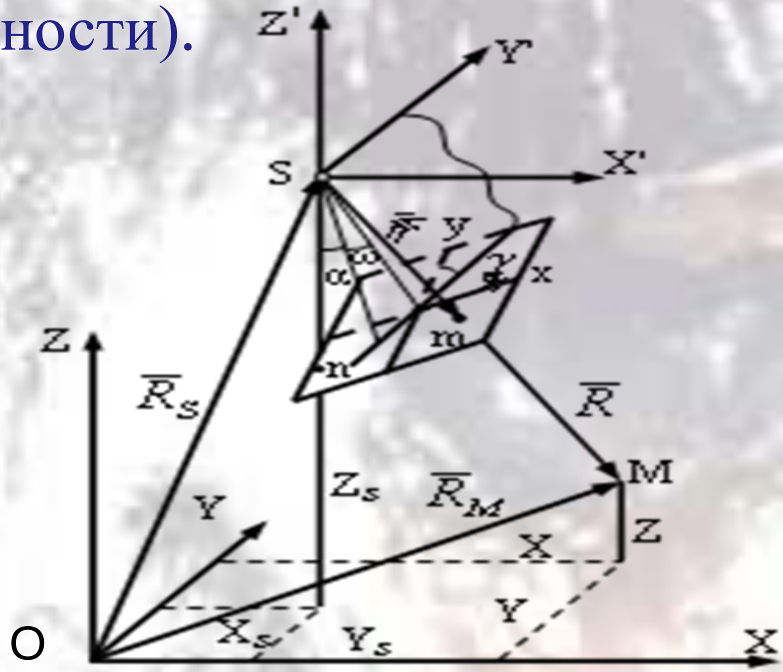
Обратное преобразование - переход от пространственных координат к плоским осуществляется по формулам:

$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = A_{\alpha\omega\chi}{}^{T} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix}$$

где A^{T} – транспонированная матрица A.

Вопрос 5. Зависимость между координатами точки местности и снимка

Зависимости координат точек местности и снимка устанавливают связь между внешними системами координат снимка – фотограмметрической и геодезической (либо СК снимка и СК модели местности).



R = N*r – условие коллинеарности

Rм (X,Y,Z) =?

Рис.31. Схемы связи координат точки местности и снимка

|OS| = Rs – вектор определяющий положение S относительно O

|OM| = Rм – вектор определяющий положение M относительно O

Sm = r – вектор определяющий положение m относительно S

|SM| = R – вектор определяющий положение M относительно S

Вопрос 5. Зависимость между координатами точки местности и снимка

r (X'_m, Y'_m, Z'_m) – координаты точки m в системе S X'У'Z';
R (X'_M, Y'_M, Z'_M) – координаты точки M в системе S X'У'Z';
Rм (X,Y,Z) – координаты точки M в системе O XУZ;
$R_S(X_S, Y_S, Z_S)$ – координаты точки S в системе O XУZ

R и r коллинеарны → R = N*r , где N – скаляр

$R = R_M - RS$

$\mathbf{N} = \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{r}} = \frac{\boldsymbol{R_M - R_S}}{\boldsymbol{r}}$ – выражает связь точек снимка и точек местности в векторной форме.

В координатной форме (спроектировав векторы R и r на координатные оси X'У'Z') :

$$\begin{pmatrix} R_X \\ R_Y \\ R_Z \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} r_X \\ r_Y \\ r_Z \end{pmatrix} (1)$$

Из третьего равенства найдем N = Rz/rz и подставим его выражение в первое и второе. Тогда:

$$R_X = R_Z \frac{r_X}{r_Z}, \quad R_Y = R_Z \frac{r_Y}{r_Z} (2)$$

Так как $\bar{R} = \bar{R}_M - \bar{R}_S$.то справедливы следующие выражения

$$R_X = X - X_S, \quad R_Y = Y - Y_S, \quad R_Z = Z - Z_S,$$
$$r_X = X', \quad r_Y = Y', \quad r_Z = Z',$$

Вопрос 5. Зависимость между координатами точки местности и снимка

Подставив эти значения в (2) получим

$$X - X_S = (Z - Z_S)\frac{X'}{Z'}, \qquad Y - Y_S = (Z - Z_S)\frac{Y'}{Z'} \qquad \rightarrow$$

$$X = X_S + (Z - Z_S)\frac{X'}{Z'}, \qquad Y = Y_S + (Z - Z_S)\frac{Y'}{Z'} \quad (3)$$

Подставим в (3) формулы связи плоских и пространственных координат снимка

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ -f \end{pmatrix} \quad (4)$$

уравнения, которые выражают условие коллинеарности векторов и являются основными **формулами одиночного снимка**

с учетом $Z_S - Z = H$

$$X = X_S + (Z - Z_S)\frac{a_1(x - x_0) + a_2(y - y_0) - a_3 f}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) - c_3 f} = X_S - H\frac{a_1(x - x_0) + a_2(y - y_0) - a_3 f}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) - c_3 f},$$

$$Y = Y_S + (Z - Z_S)\frac{b_1(x - x_0) + b_2(y - y_0) - b_3 f}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) - c_3 f} = Y_S - H\frac{b_1(x - x_0) + b_2(y - y_0) - b_3 f}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) - c_3 f}$$

Обратные формулы одиночного снимка:

$$x - x_0 = f\frac{X^*}{Z^*} = f\frac{a_1(X - X_S) + b_1(Y - Y_S) + c_1(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)}$$

$$y - y_0 = f\frac{Y^*}{Z^*} = f\frac{a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)}$$

Вопрос 6. Зависимость между координатами точек горизонтального и наклонного снимков

Формулы связи координат точек местности и снимка имеют вид

$$X = X_S + (Z - Z_S)\frac{a_1(x - x_0) + a_2(y - y_0) - a_3 f}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) - c_3 f} = X_S - H\frac{a_1(x - x_0) + a_2(y - y_0) - a_3 f}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) - c_3 f},$$

$$Y = Y_S + (Z - Z_S)\frac{b_1(x - x_0) + b_2(y - y_0) - b_3 f}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) - c_3 f} = Y_S - H\frac{b_1(x - x_0) + b_2(y - y_0) - b_3 f}{c_1(x - x_0) + c_2(y - y_0) - c_3 f}$$

Если ***снимок горизонтальный*** (α=ω=χ=0), а элементы внутреннего ориентирования ($x_0 = y_0 = 0$) и элементы внешнего ($X_S = Y_S = 0$) равны нулю, то формулы связи координат примут вид:

$$X = H\frac{x^0}{f}, \quad Y = H\frac{y^0}{f}.$$

С учетом того, что $Z_S - Z = H$ можно записать следующее выражение:

$$X = -H\frac{x\,a_1 + y\,a_2 + z\,a_3}{x\,c_1 + x\,c_2 + z\,c_3} = \frac{H}{f}x^0$$

$$Y = -H\frac{x\,b_1 + y\,b_2 + z\,b_3}{x\,c_1 + y\,c_2 + z\,c_3} = \frac{H}{f}y^0$$

$$\rightarrow$$

$$x^0 = -f\frac{x\,a_1 + y\,a_2 + z\,a_3}{x\,c_1 + y\,c_2 + z\,c_3},$$

$$y^0 = -f\frac{x\,b_1 + y\,b_2 + z\,b_3}{x\,c_1 + y\,c_2 + z\,c_3}.$$

Формулы трансформирования координат

Вопрос 7. Обратная фотограмметрическая засечка.

Сущность обратной фотограмметрической засечки состоит в определении элементов ориентирования снимков по известным значениям координат точек местности и их изображениям на снимках. В качестве таких точек используют так называемые опорные точки, координаты которых определены в геодезической системе.

Дано:

m (x, y)

Rм (X,Y,Z)

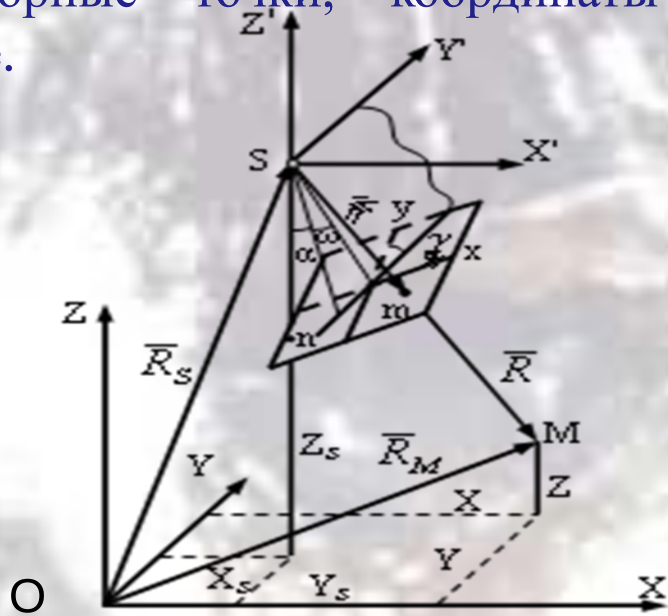


Рис.31. Схемы связи координат точки местности и снимка

Найти:

$x_o\ y_o\ f$ =?

X_S, Y_S, Z_S, α,ω,χ =?

Для определении элементов ориентирования одиночного снимка по опорным точкам используются уравнения коллинеарности:

$$x - x_0 = f\,\frac{X^*}{Z^*} = f\,\frac{a_1(X - X_S) + b_1(Y - Y_S) + c_1(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)} \qquad (1)$$

$$y - y_0 = f\,\frac{Y^*}{Z^*} = f\,\frac{a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)}$$

Вопрос 7. Обратная фотограмметрическая засечка.

Элементы внешнего ориентирования снимка можно определить различными способами. Их делят на две группы.

Первую группу составляют способы определения ЭВО снимков в полете с помощью специальных приборов. Например, координаты центров проекций находят по показаниям GPS-приемников, установленных на борту летательного аппарата. Угловые элементы внешнего ориентирования определяют с помощью инерциальных систем навигации. Координаты центров проекции в этом случае определяют с точностью 10...20 см, а угловые элементы с точностью 3...4'.

Способы второй группы позволяют вычислять элементы внешнего ориентирования снимков по опорным точкам.

Опорными точками (опознаками) называют точки с известными геодезическими координатами и надёжно отождествляемые на фотоизображении. Опорные точки могут быть плановыми — для них известны только плановые координаты (X, Y,); высотными — с известной высотной координатой (Z); планово-высотными—с тремя известными координатами (X, Y, Z). Определение элементов внешнего ориентирования снимков с использованием опорных точек называют обратной фотограмметрической засечкой.

Вопрос 8. Математическая основа фотограмметрической обработки снимков.

Варианты решения обратной фотограмметрической засечки предполагают составление и решение систем нелинейных уравнений (1), в которых число неизвестных более двух.

$$x - x_0 = f\,\frac{X^*}{Z^*} = f\,\frac{a_1(X - X_S) + b_1(Y - Y_S) + c_1(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)}$$

$$y - y_0 = f\,\frac{Y^*}{Z^*} = f\,\frac{a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)} \qquad (1)$$

При решении таких систем в фотограмметрии достаточно широко используют метод функциональной итерации. Суть этого метода заключается в том, что исходные нелинейные уравнения вида (1) линеаризуют (приводят к линейному виду), раскладывая в ряд Тейлора:

$$f_i(x_1, x_2, \ldots, x_k) = a_i\delta x_1 + b_i\delta x_2 + \ldots + g_i\delta x_k + r_i,$$

где

i - номер уравнения, $i=1; 2; \ldots; n$

$x_1, x_2, \ldots, x_к$ –искомые неизвестные;

$\delta x_1, \delta x_2, \ldots, \delta x_k$– поправки к приближённым значениям неизвестных;

$a_i, b_i, \ldots, g_i$– коэффициенты при поправках – частные производные исходной функции по соответствующим неизвестным.

Так, $a_i=\partial f_i/\partial x_1$, $b_i=\partial f_i/\partial x_2, \ldots,$ $g_i=\partial f_i/\partial x_k$;

r_i – свободный член - значение данной функции при приближённых значениях неизвестных.

Вопрос 8. Математическая основа фотограмметрической обработки снимков.

Таким образом, получают систему линейных уравнений (2), где неизвестными являются поправки к приближенно заданным значениям искомых неизвестных параметров:

$$a_i\delta x_1 + b_i\delta x_2 + \ldots + g_i\delta x_k + f_i(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_k^0) = 0 \qquad (2)$$

где

$x^0{}_1, x^0{}_2$ …. $x^0{}_к$ - приближённые значения неизвестных

Систему линейных уравнений поправок решают по способу наименьших квадратов, поскольку число неизвестных k всегда меньше общего числа уравнений поправок п.

Найденными поправками исправляют первоначально заданные значения неизвестных, получают новые приближенные их значения. После этого составляют новую систему уравнений относительно новых поправок к новым приближенным значениям неизвестных. Начинается следующая итерация — следующий цикл в решении системы уравнений поправок. С каждой новой итерацией значения поправок уменьшаются.

Вычисления повторяют до тех пор, пока значения поправок не станут меньше заранее заданного значения, которое определяют исходя из требуемой точности. Важно при выборе начальных значений неизвестных попасть в некоторую δ-окрестность искомых величин.

Вопрос 8. Математическая основа фотограмметрической обработки снимков.

Таким образом, уравнения (1) приводят к линейному виду, в которых в качестве неизвестных используют поправки к приближенным значениям ЭВО и координатам точек местности:

$$x = x_{выч} + \frac{\partial x}{\partial X_s}\partial X_s + \frac{\partial x}{\partial Y_s}\partial Y_s + \frac{\partial x}{\partial Z_s}\partial Z_s + \frac{\partial x}{\partial \alpha}\delta\alpha + \frac{\partial x}{\partial \varpi}\delta\varpi + \frac{\partial x}{\partial \chi}\delta\chi + \frac{\partial x}{\partial f}\delta f + \frac{\partial x}{\partial x_0}\delta x_0 + \frac{\partial x}{\partial y_0}\delta y_0;$$

$$y = y_{выч} + \frac{\partial y}{\partial X_s}\partial X_s + \frac{\partial y}{\partial Y_s}\partial Y_s + \frac{\partial y}{\partial Z_s}\partial Z_s + \frac{\partial y}{\partial \alpha}\delta\alpha + \frac{\partial y}{\partial \varpi}\delta\varpi + \frac{\partial y}{\partial \chi}\delta\chi + \frac{\partial y}{\partial f}\delta f + \frac{\partial y}{\partial x_0}\delta x_0 + \frac{\partial y}{\partial y_0}\delta y_0$$

где: хвыч, увыч. – координаты, вычисленные по приближенным значениям неизвестных по формулам (1), х, у – измеренные координаты на снимке.

Поправки в этом случае будут определяться следующим образом:

$$u = x_{выч} - x + \frac{\partial x}{\partial X_s}\partial X_s + \frac{\partial x}{\partial Y_s}\partial Y_s + \frac{\partial x}{\partial Z_s}\partial Z_s + \frac{\partial x}{\partial \alpha}\delta\alpha + \frac{\partial x}{\partial \varpi}\delta\varpi + \frac{\partial x}{\partial \chi}\delta\chi + \frac{\partial x}{\partial f}\delta f + \frac{\partial x}{\partial x_0}\delta x_0 + \frac{\partial x}{\partial y_0}\delta y_0;$$

$$\upsilon = y_{выч} + - y + \frac{\partial y}{\partial X_s}\partial X_s + \frac{\partial y}{\partial Y_s}\partial Y_s + \frac{\partial y}{\partial Z_s}\partial Z_s + \frac{\partial y}{\partial \alpha}\delta\alpha + \frac{\partial y}{\partial \varpi}\delta\varpi + \frac{\partial y}{\partial \chi}\delta\chi + \frac{\partial y}{\partial f}\delta f + \frac{\partial y}{\partial x_0}\delta x_0 + \frac{\partial y}{\partial y_0}\delta y_0$$

Уравнения решаются под условием: $\left[pu^2 + p\upsilon^2\right] = \min;$ с помощью последовательных приближений.

Если элементы внутреннего ориентирования известны с достаточной точностью (в паспорте АФА указаны калиброванные значения (хо уо f), то в уравнениях колинеарности будет только 6 неизвестных (Xs, Ys, Zs, α,ω,χ), для определения которых потребуется не менее трех опорных точек.

Способ раздельного определения линейных и угловых элементов ориентирования снимка не зависит от выбора системы координат на снимке.

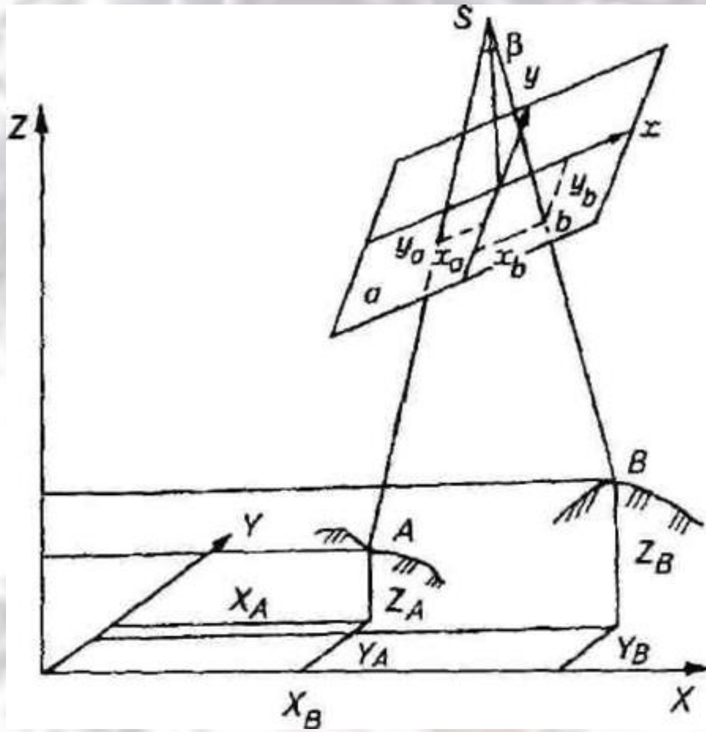


Рис.9.1. Принцип раздельного определения ЭВО снимка

Сначала находят линейные элементы XГS, YГS, ZГS. Для этого используют условие равенства углов между проектирующими лучами в треугольнике Sab и в треугольнике SAB (рис.9.1). Очевидно, что угол ASB равен углу aSb. Косинусы этих углов также равны и могут быть вычислены с использованием теоремы косинусов из соответствующих треугольников Sab и SAB.

В итоге получают уравнение (9.1):

$$\frac{x_a x_b + y_a y_b + f^2}{l_a l_b} = \qquad (9.1)$$

$$= \frac{\left(X_A^{\Gamma} - X_S^{\Gamma}\right)\left(X_B^{\Gamma} - X_S^{\Gamma}\right) + \left(Y_A^{\Gamma} - Y_S^{\Gamma}\right)\left(Y_B^{\Gamma} - Y_S^{\Gamma}\right) + \left(Z_A^{\Gamma} - Z_S^{\Gamma}\right)\left(Z_B^{\Gamma} - Z_S^{\Gamma}\right)}{L_A L_B},$$

где

l_a; l_b - длины векторов SaиSb соответственно; L_A;L_B -длины векторов SA и SB соответственно, которые рассчитывают по формулам (9.2)

$$l_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0) + f^2};$$

(9.2)

$$L_i = \sqrt{(X_i - X_s)^2 + (Y_i - Y_s)^2 + (Z_i - Z_s)^2}$$

Для двух опорных точек *A* и *B* можно составить одно уравнение вида (9.2), в котором

($X^{Г}_A$; $Y^{Г}_A$; $Z^{Г}_A$) и ($X^{Г}_B$; $Y^{Г}_B$; $Z^{Г}_B$) —геодезические координаты соответственно точек *A*и *B;*

(x_a; y_a); (x_b; y_b) - координаты точек *a* и*b* на снимке.

Неизвестными величинами в уравнении (9.1) являются геодезические координаты центра проекции $X^{Г}_{S}$, $Y^{Г}_{S}$, $Z^{Г}_{S}$, входящие в правую часть уравнения. Для их нахождения требуются как минимум три опорные точки. Если опорных точек *n* более трёх, то число уравнений вида (9.1) составит n(n-1)/2,что позволяет решить задачу с контролем.

После определения координат центра проекции, вычисляют угловые ЭВО снимка. Их вычисляют, также используя опорные точки, по формулам (9.3):

$$
\begin{aligned}
\left(X^{г}-X^{г}_{S}\right)k &= a_1 x + a_2 y - a_3 f;\\
\left(Y^{г}-Y^{г}_{S}\right)k &= b_1 x + b_2 y - b_3 f;\\
\left(Z^{г}-Z^{г}_{S}\right)k &= c_1 x + c_2 y - c_3 f,
\end{aligned}
\qquad (9.3)
$$

где

($X^{Г}$, $Y^{Г}$, $Z^{Г}$)- геодезические координаты опорных точек; *k*- масштабный коэффициент,$k = l/L$; $(x; y)$ – координаты опорных точек в системе координат снимка.

В формулах (9.3) угловые ЭВО снимка являются аргументами функций, определяющих направляющие косинусы a_i, b_i, c_i. По найденным направляющим косинусам вычисляют углы:

$$\alpha = \mathrm{arctg}(a_3/c_3);$$
$$\omega = \arcsin(-b_3);$$
$$æ = \mathrm{arctg}(b_1/b_2).$$

Литература

1. Лимонов А.Н., Гаврилова Л.А. «Фотограмметрия и дистанционное зондирование», М. Академпроект, 2016 г.
2. Лобанов А.Н. Фотограмметрия. М. Недра.1984.
3. Назаров А.С. Фотограмметрия – Мн,: ТетраСистемс,2006.
4. Ильинский Н.Д., Обиралов А.И., Фостиков А.А. Фотограмметрия и дешифрирование снимков. М., Недра, 1985г.
5. Инструкция для создания цифровых планов и карт фотограмметрическим методом М. ЦНИИГАиК. 2002 г.

Спасибо за внимание