ФГБОУ ВО ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПО ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВУ

Характеристика и содержание специальных профессиональных компетенций, формируемых в процессе обучения по учебному курсу *Геодезические работы при ведении кадастра »*

Факультет Городской кадастр

Кафедра геодезии и геоинформатики

Профессор, к.т.н., доц. Юнусов Альберт Гамзатович

2019

Содержание

1.Методы описания земельных участков

Одним из главных отличительных свойств любого земельного участка, как объекта недвижимости, является его местоположение. В этом смысле каждый земельный участок уникален и как объект недвижимости он кому-то должен принадлежать. Бесхозных земельных участков в цивилизованном государстве не может быть.

Таким образом земельные участки, как объекты недвижимости (собственности), должны покрывать без разрывов и перекрытий всю площадь каждого административно-территориального образования.

Как описать земельный участок, учитывая его особенности как фрагмента земной поверхности, элемента собственности или товара?

Такую возможность дает нам предложенная в 1777 г. французским математиком Рене Декартом (1222-1277) прямоугольная система координат на плоскости.

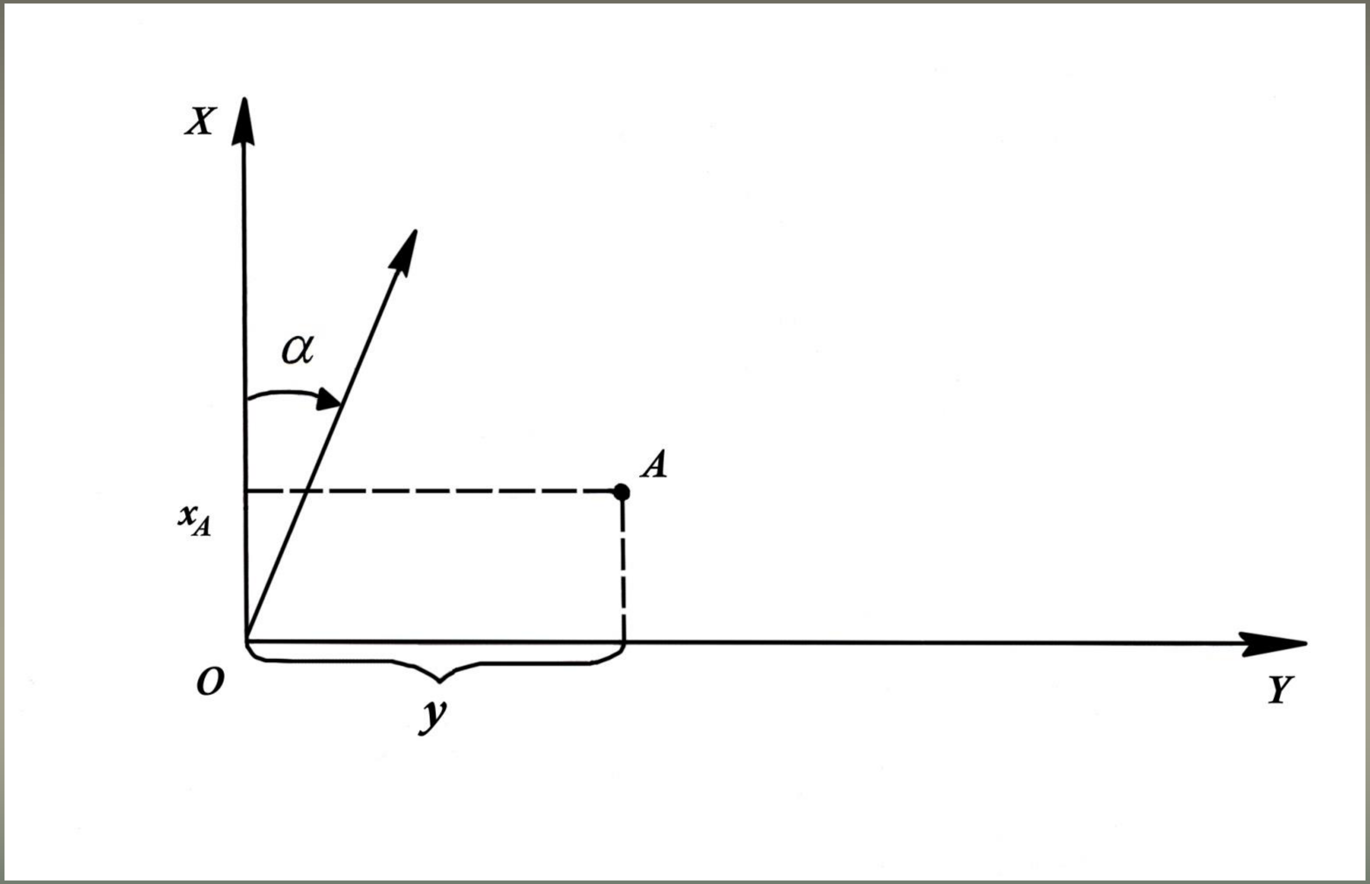
В основе такой системы лежат две взаимно перпендикулярные прямые *ОХ* и *ОУ.* Точка пересечения координатных осей *О* - от французского слова ***origo – начало***.

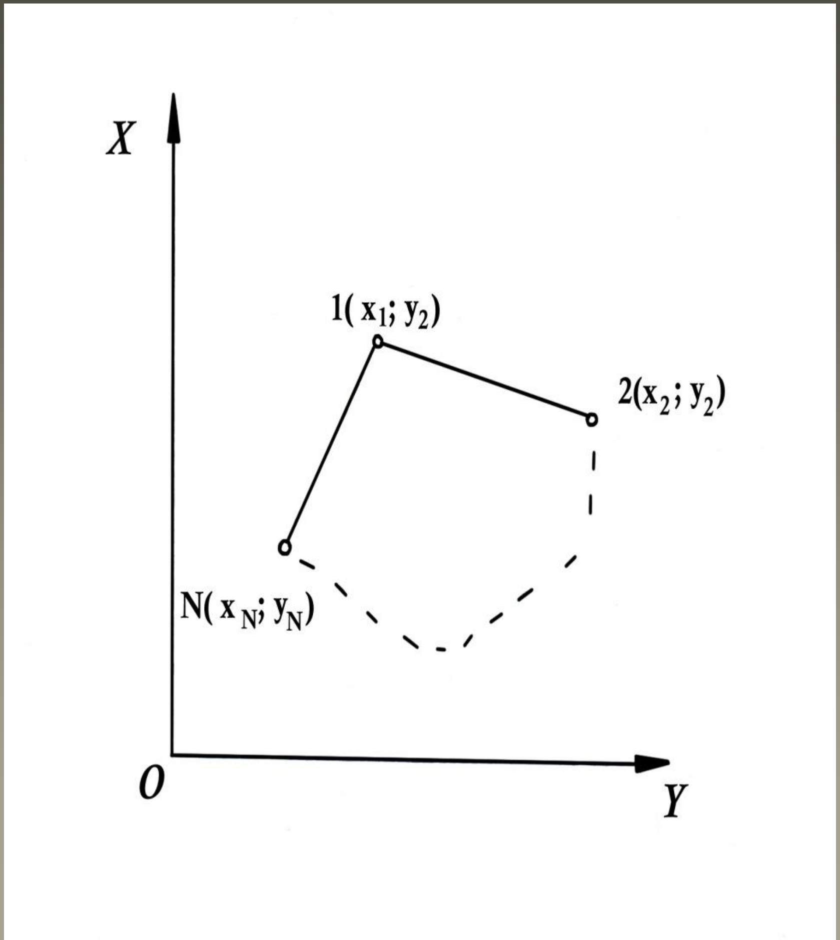
Существует две системы декартовых координат: левая и правая. В левой системе координат углы отсчитываются от оси *ОХ* против хода часовой стрелки. Эта система координат используется в математике.

В геодезии используется правая система координат развернутая на 90^{o}, в которой углы отсчитываются от северного направления оси *ОХ* по ходу часовой стрелки.

2. Геодезические измерения

Система прямоугольных координат, принятая в геодезии



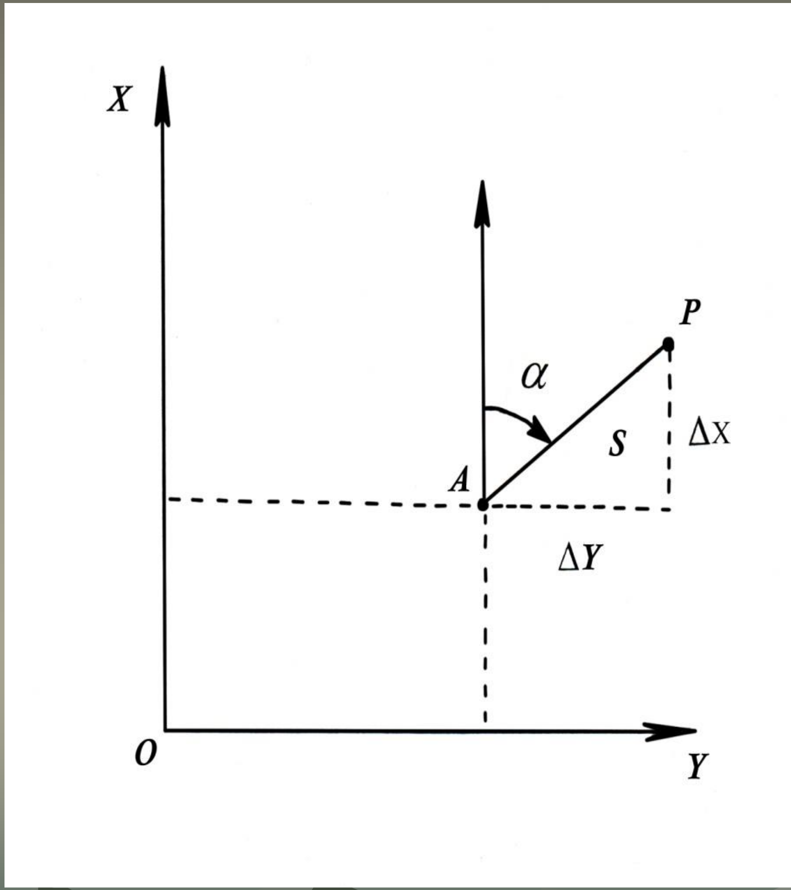


Принципиально можно описать положение любого земельного участка, используя прямоугольную систему координат.

Для этого в выбранной системе координат достаточно определить координаты углов поворота заданного земельного участка. Если эта система координат распространена на всю территорию государства, то положение любого участка определяется вполне однозначно, что обеспечивает отсутствие перекрытий и разрывов.

OX

Передача координат

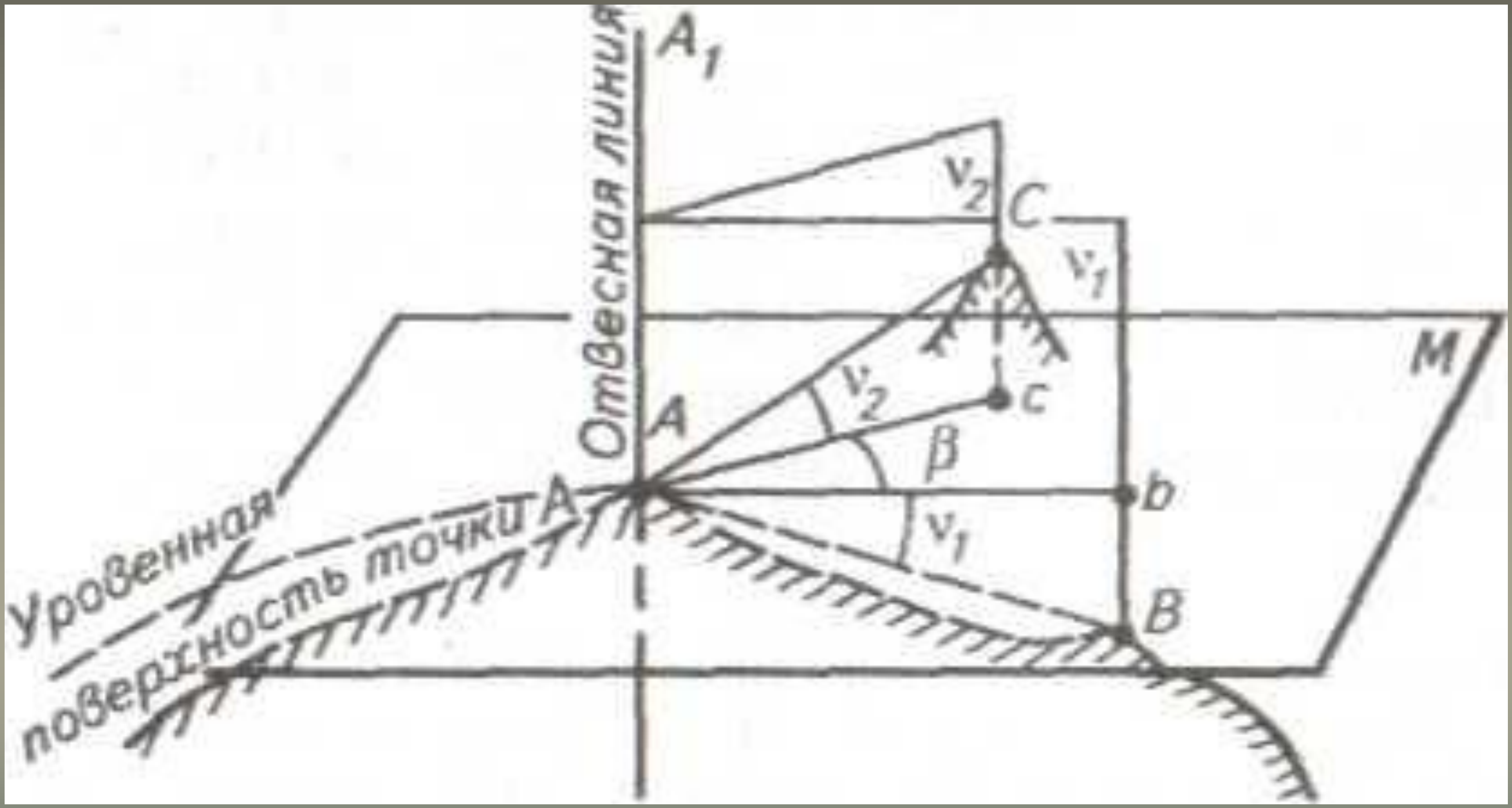


К выбранной системе координат добавим точку *А*, координаты которой каким – либо образом определены. Теперь координаты точки *Р* будем определять не непо – средственно относительно осей OX и OY, а через ***приращения координат*** Δx и Δy по отношению к координатам точки *А.*

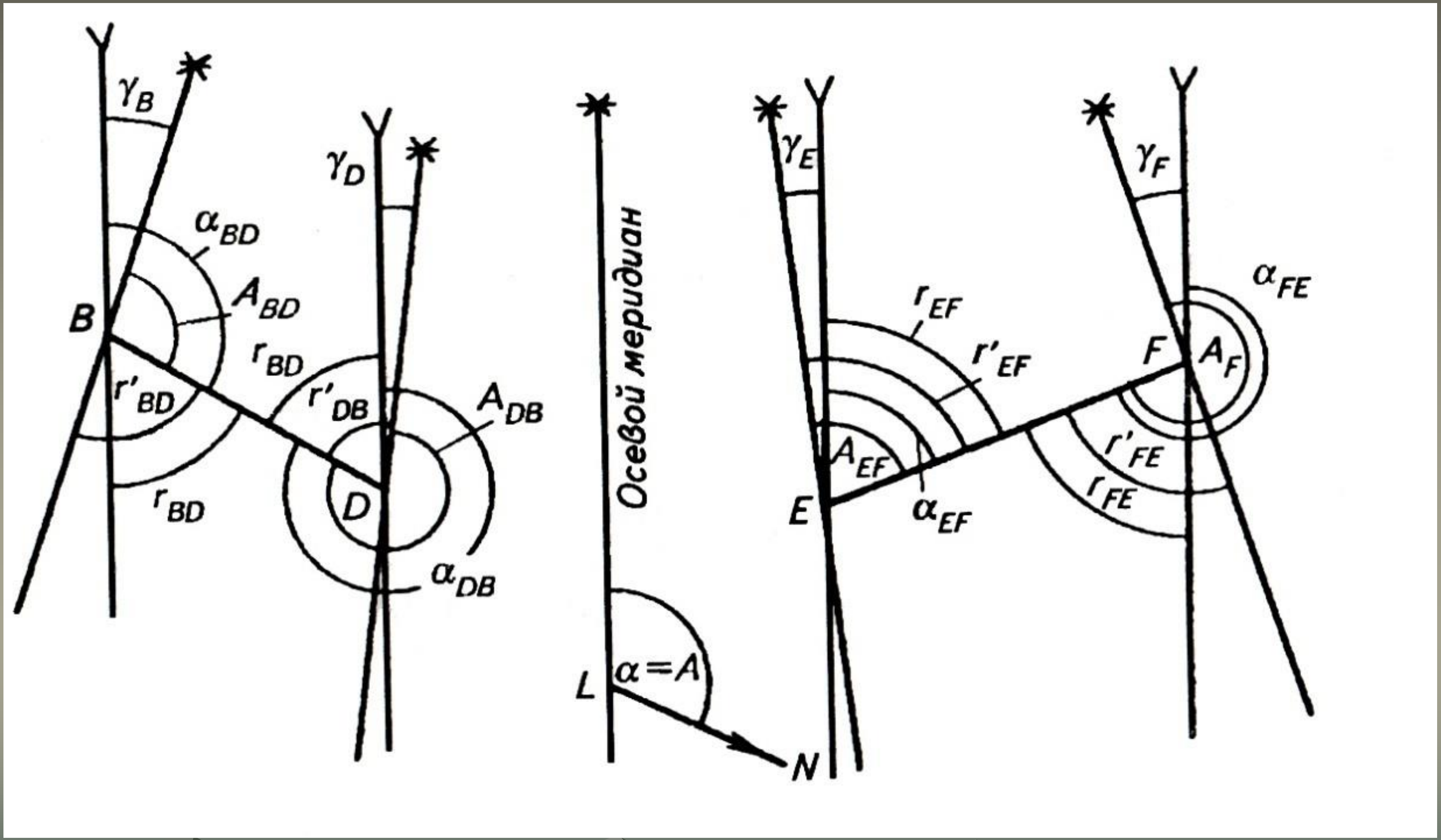
Измерения линий на местности

$s = D \cos v.$

Измерение горизонтальных и вертикальных углов



Ориентирование линий



3. Методы решения геодезических задач на плоскости

Прямая геодезическая задача

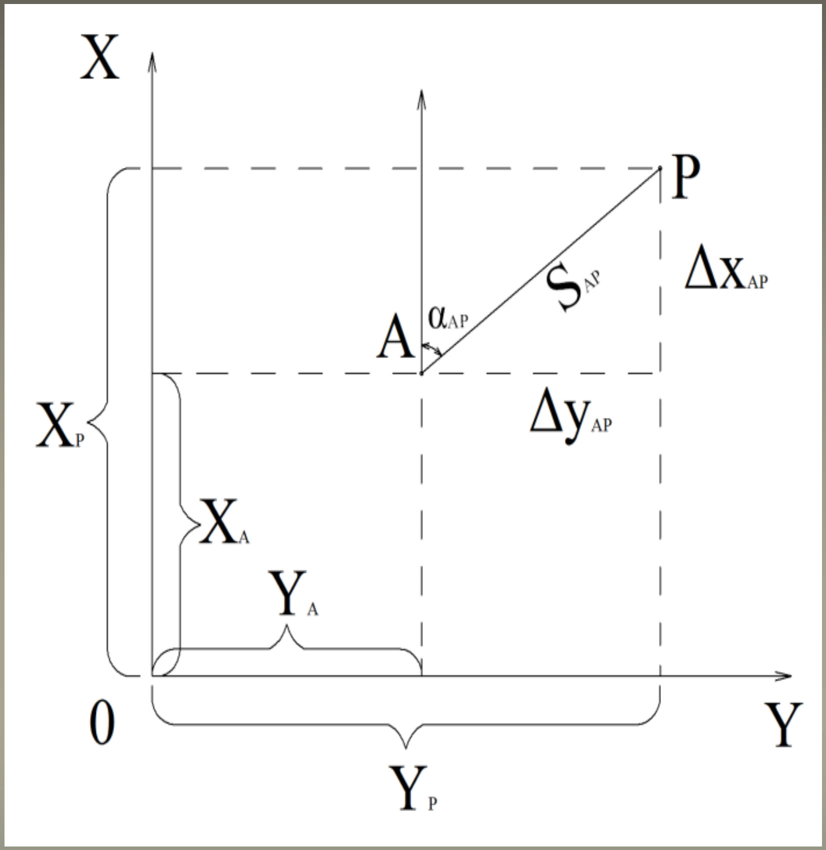
- Прямая геодезическая задача состоит в том, что по известным (исходным) координатам начального пункта линии , дирекционному углу этой линии и ее горизонтальному проложению вычисляют координаты конечной точки .

- Для решения этой задачи необходимо вычислить приращения координат данной линии, т.е. проекции (горизонтального проложения) этой линии на оси прямоугольной системы координат.
- Приращения координат получают по формулам

$$\Delta x_{AB} = S_{AB} \cos\alpha_{AB};$$
$$\Delta y_{AB} = S_{AB} \sin\alpha_{AB}.$$

- Тогда координаты конечной точки получают по формулам

$$X_B = X_A + \Delta x_{AB};$$
$$Y_B = Y_A + \Delta y_{AB}.$$



Обратная геодезическая задача

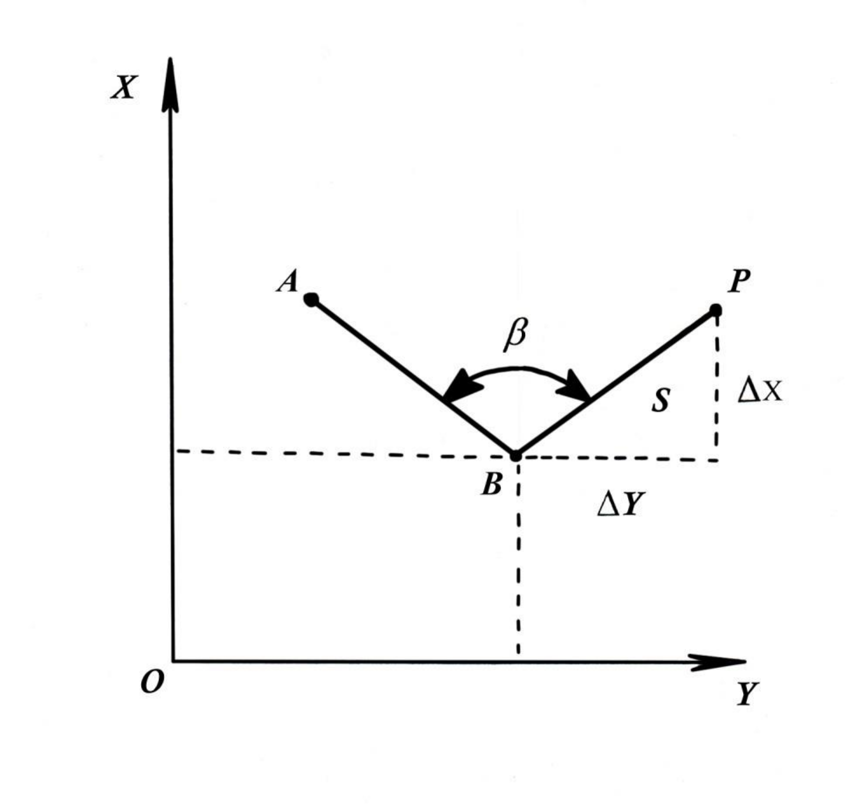
- Вначале вычисляют дирекционный угол по формуле

$$\alpha = arctg\frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}}.$$

- Горизонтальное проложение вычисляют по формулам

$$S_{AB} = \frac{\Delta x_{AB}}{\cos\alpha_{AB}};$$

$$S_{AB} = \frac{\Delta y_{AB}}{\sin\alpha_{AB}}.$$



Преобразование координат на плоскости

- ***Параллельное перемещение осей координат***

$$X'_A = X_A - X_{O'};$$
$$Y'_A = Y_A - Y_{O'}.$$

- ***Разворот системы координат***

$$X'_A = X_A \cos\alpha + Y_A \sin\alpha;$$
$$Y'_A = -X_A \sin\alpha + Y_A \cos\alpha.$$

- ***Масштабирование***

$$m = \frac{e_{нов}}{e_{исх}}$$

$$X'_A = X_A m;$$
$$Y'_A = Y_A m.$$

4.Примеры решения задач

Задача 1

- Линия теодолитного хода измерена мерной рулеткой пять раз. При этом получены результаты: 217,24; 217,31; 217,28; 217,23; 217,20 м. Эта же линия измерена светодальномером, что дало результат 217,236 м. Найти среднюю квадратическую погрешность измерения линии мерной рулеткой, если результат измерения линии светодальномером принят за действительный (истинный)

Решение.

№	λ, м	Δ см	Δ^2
1	217,24	+ 0,4	0,16
2	217,31	+ 7,4	54,76
3	217,28	+ 4,4	19,36
4	217,23	-0,6	0,36
5	217,20	- 3,6	12,96
			87,6

- Средняя квадратическая погрешность будет равна

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} = \sqrt{\frac{87,6}{5}} = 4,2$$

- Предельная погрешность равна

$$\Delta_{пред} = 3m = 12,6 см$$

- Погрешности всех пяти измерений меньше предельной погрешности, следовательно, нет оснований предполагать, что измерения имеют грубые погрешности.

Задача 2

- Измерены две величины λ и λ со средними квадратическими погрешностями и .
- Найти СКП суммы и разности этих величин.

Решение

- Составим соответствующие функции $F_1 = \lambda_1 + \lambda_2$ и $F_2 = \lambda_1 - \lambda_2$. Тогда СКП представленных функций в соответствии с теоремой 1 будут иметь вид $m_{F1} = \sqrt{(1)^2 m_1^2 + (1)^2 m_2^2} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$

  и $m_{F2} = \sqrt{(1)^2 m_1^2 + (-1)^2 m_2^2} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$

  Таким образом, СКП суммы и разности равны между собой.

Задача 3

- Пусть проложен теодолитный ход. Углы хода $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ измерялись в одинаковых условиях со средними квадратическими погрешностями $m_1 = m_2 = \ldots = m_n = m_\beta$. Вычислить среднюю квадратическую погрешность $m_{\alpha_{CD}}$ дирекционного угла последней линии рассматриваемого хода. При этом будем считать исходный дирекционный угол величиной безошибочной.

Решение

- Необходимо представить искомый дирекционный угол как функцию исходных и измеренных величин. Так как были измерены правые по ходу углы, искомый дирекционный угол может быть представлен в виде $\alpha_{CD} = \alpha_{AB} + 180^\circ \cdot n - \beta_1 - \beta_2 - \ldots - \beta_n.$
- Учитывая, что α_{AB}- величина безошибочная, как и $180^\circ \cdot n$, можно записать: $\alpha_{CD} = C_0 - \beta_1 - \beta_2 - \ldots - \beta_n.$
- Здесь все коэффициенты перед результатами измерений (C_i) равны –1.
- На основании теоремы 1 для средней квадратической погрешности дирекционного угла последней линии хода можно записать $m^2_{\alpha_{CD}} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2}$, или $m_{\alpha_{CD}} = m_\beta \sqrt{n}.$
- Окончательно можно сделать вывод, что при ***передаче дирекционных углов случайные погрешности накапливаются пропорционально корню квадратному из числа углов, а предельная погрешность, т.е. допустимая невязка в ходе может быть рассчитана по формуле*** $f_{доп} = 3m_\beta \sqrt{n}$

Задача 4.

- Вычислить приращения координат и их СКП по линии длиной 250,17 м, имеющей дирекционный угол 63°27', если $m_S = 0{,}08 м$ и $m_\alpha = 2$'.

Решение.

- Известно, что приращения координат рассчитывают по формулам $\Delta X = S\cos\alpha$ и $\Delta Y = S\sin\alpha$, что для данного случая дает результаты $\Delta X = 111{,}83\,м$ и $\Delta Y = 223{,}79\,м$ СКП приращений координат могут быть получены из соотношений

$$m_{\Delta X} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\Delta X)}{\partial S} m_S\right)^2 + \left(\frac{\partial(\Delta X)}{\partial \alpha} m_\alpha\right)^2};\qquad m_{\Delta Y} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\Delta Y)}{\partial S} m_S\right)^2 + \left(\frac{\partial(\Delta Y)}{\partial \alpha} m_\alpha\right)^2},$$

где $\frac{\partial(\Delta X)}{\partial S}; \frac{\partial(\Delta X)}{\partial \alpha}; \frac{\partial(\Delta Y)}{\partial S}; \frac{\partial(\Delta Y)}{\partial \alpha}$ - частные производные ΔX и ΔY соответственно по аргументам *S* и α . Но

$$\frac{\partial(\Delta X)}{\partial S} = \cos\alpha; \frac{\partial(\Delta X)}{\partial \alpha} = -S\sin\alpha = -\Delta Y;$$
$$\frac{\partial(\Delta Y)}{\partial S} = \sin\alpha; \frac{\partial(\Delta Y)}{\partial \alpha} = S\cos\alpha = \Delta X.$$

Тогда $m_{\Delta X} = \sqrt{(m_S\cos\alpha)^2 + \left(-\Delta Y \cdot \frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2} = 0{,}14\,м;$ и $m_{\Delta Y} = \sqrt{(m_S\sin\alpha)^2 + \left(\Delta X \cdot \frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2} = 0{,}08\,м.$.

Задача 5

- Измерены два угла с СКП, соответственно равными m_1 =30″ и
- m_2 = 1″.
- Вычислить веса этих результатов измерений.

$k = \mu^2 \Rightarrow \mu = \sqrt{k} = 20$

Решение

- Примем для расчета весов *k* = 400. Тогда веса заданных величин будут

$$p_1 = \frac{400}{900} = \frac{4}{9}; p_2 = \frac{400}{1} = 400,$$

а в качестве величины, обладающей единичным весом, выступает угол, точность измерения которого характеризуется СКП равным 20″, что вытекает из следующих соображений:

$$k = \mu^2 \Rightarrow \mu = \sqrt{k} = 20$$

Задача 6

- Вычислить вес дирекционного угла n-ой линии хода при условии равноточности измерения углов хода.

Решение

Дирекционный угол последней линии теодолитного хода вычисляем по известной формуле

$$\alpha_n = \alpha_{AB} + 180^\circ \cdot n - \beta_1 - \beta_2 - \ldots - \beta_n$$

Условие равноточности измерения углов хода позволяет приписать всем измеренным значениям углов один и тот же вес, в частности, равный единице, т.е. $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = p_\beta = 1$. Тогда на основании Теоремы 3 записываем выражение обратного веса дирекционного угла последней линии хода. Необходимо учесть, что слагаемое $\alpha_{AB} + 180^\circ \cdot n$ в предыдущей формуле есть безошибочная величина с нулевой дисперсией, и, следовательно, с нулевым обратным весом. На основании этого имеем

$$\frac{1}{p_{\alpha_n}} = \frac{(-1)^2}{1} + \frac{(-1)^2}{1} + \ldots + \frac{(-1)^2}{1} = n$$

Тогда $p_{\alpha_n} = \dfrac{1}{n}$ при $p_\beta = 1$.

Задача 7

- С плана графически взяты прямоугольные координаты начала и конца некоторого отрезка, после чего была вычислена его длина . Принимая, что все четыре координаты были получены равноточно, вычислить вес длины этого отрезка. Сравнить полученное значение веса с весом значения непосредственного измерения линии по карте, если такое измерение выполняется с той же точностью, что и измерение любой из координат конца отрезка.

Решение.

- Длина отрезка определяется соотношением $S=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- Учитывая что все четыре координаты получены равноточно, им можно приписать одинаковый вес, т.е. записать, что . $p_{x_1}=p_{x_2}=p_{y_1}=p_{y_2}=1$
- Величина S является нелинейной функцией координат, и для решения поставленной задачи необходимо вычислить частные производные по всем координатам. Они имеют вид:
- $\frac{\partial s}{\partial x_1}=-\frac{x_2-x_1}{s};$ $\frac{\partial s}{\partial x_2}=\frac{x_2-x_1}{s};$ $\frac{\partial s}{\partial y_1}=-\frac{y_2-y_1}{s};$ $\frac{\partial s}{\partial x_1}=\frac{y_2-y_1}{s}$
- Подставляя значения частных производных в формулу обратного веса, получим

$$\frac{1}{p_s}=\frac{(x_2-x_1)^2}{s^2}+\frac{(x_2-x_1)^2}{s^2}+\frac{(y_2-y_1)^2}{s^2}+\frac{(y_2-y_1)^2}{s^2}=$$

$$=2\frac{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}{s^2}=2.$$

- Следовательно $p_S=\frac{1}{2}$
- Если принять, что измерение отрезка по карте выполняется с той же точностью, что и измерение любой координаты, то приходим к выводу, что получение длины непосредственно с плана будет иметь вес равный единице, т. е. в два раза больший, чем ее косвенное вычисление через измеренные координаты.

Задача 8

- Вычисление погрешности положения точки, координаты которой получены проложением теодолитного хода. Будем считать, что проложен вытянутый теодолитный ход, т.е. все углы хода равны 180°, ход имеет равные стороны, т.е. $S_1 = S_2 = \ldots = S_n = 200{,}00$ м; ход ориентирован вдоль оси ОУ, т. е. $\alpha_{1-2} = 90^\circ$; при работе использован электронный тахеометр, обеспечивающий получение углов и сторон хода соответственно с СКП, равными $m_\beta = 5''$ и $m_S = 5$ мм.

Решение.

- Решая задачу 4 о вычислении СКП приращения координат, мы получили следующие формулы:

$$m_{\Delta X} = \sqrt{(m_S \cos\alpha)^2 + (-\Delta Y \cdot m_\alpha)^2};\qquad m_{\Delta Y} = \sqrt{(m_S \sin\alpha)^2 + (\Delta X \cdot m_\alpha)^2}.$$

- При тех условиях, которые мы оговорили для теодолитного хода, будем иметь:

$$\alpha = 90^\circ; \cos\alpha = 0 : \sin\alpha = 1; \Delta X = 0; \Delta Y = S.$$

- Тогда представленные формулы примут вид

$$m_{\Delta X} = S\frac{m_\alpha}{\rho}\qquad m_{\Delta Y} = m_S$$

- С такими СКП получают приращения координат. Координаты конечной точки хода получают по следующим формулам:
- $X_{кон} = X_{нач} + \Delta X_1 + \ldots + \Delta X_n$; $\qquad Y_{кон} = Y_{нач} + \Delta Y_1 + \ldots + \Delta Y_n$
- .

- Применяя к последним формулам теорему 1 и учитывая, что все приращения получены с одинаковыми погрешностями, получаем следующие соотношения для СКП последней точки хода: $$m_{Xкко} = \sqrt{m^2_{Xнач} + \left(S\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 n}$$ $$m_{Yкко} = \sqrt{m^2_{Yнна} + m^2 n}$$

  При решении некоторых задач можно пренебречь погрешностями исходных данных. Тогда последние формулы примут вид:

$$m_{Xкко} = S\frac{m_\alpha}{\rho}\sqrt{n} \qquad m_{Yкко} = m_S\sqrt{n}$$

 Под погрешностью положения точки будем понимать величину $$m_t = \sqrt{m^2_X + m^2_Y}$$

  Погрешность положения последней точки вытянутого хода (без учета погрешностей исходных данных) будет вычисляться по формуле

$$m_t = \sqrt{\left(\left(S\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 + m^2_S\right)n}$$

Погрешности положения последней точки хода при различном числе поворотных точек

№№	Число углов	m_X, см	m_Y, см	m_t, см
1	10	1,5	1,5	2,0
2	16	1,9	2,0	2,8
3	25	2,4	2,5	3,5
4	50	3,4	3.5	4,9

Задача 9

- При ограничениях предыдущей задачи определить СКП положения точки теодолитного хода, опирающегося на две различные опорные точки, считая, что опорные точки имеют СКП положения $m_{исх} = 5{,}0$ см

Решение

- Можно считать, что координаты определяемой точки получены дважды: с одного и второго ходов, каждый из которых имеет соответственно n_1 и n_2 поворотных точек. Вес координат искомой точки будет обратно пропорционален числу поворотных точек соответствующего хода, т. е. $p_1 = \frac{1}{n_1}$ и $p_2 = \frac{1}{n_2}$

  В этом случае в качестве окончательного значения точки координат искомой выбираем общую арифметическую середину и получаем

$$\bar{X}_{кон} = \frac{X_1 n_2 + X_2 n_1}{n_1 + n_2}; \qquad \bar{Y}_{кон} = \frac{Y_1 n_2 + Y_2 n_1}{n_1 + n_2}.$$

Тогда СКП положения с учетом уравненных координат и погрешностей опорных точек определяется соотношением

$$m_t = \sqrt{\left(\left(S\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 + m_S^2 + m_{исх}^2\right)\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}$$

Если число точек в ходах одинаковое, то последняя формула примет вид

$$m_t = \sqrt{\left(\left(S\frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 + m_S^2 + m_{исх}^2\right)\frac{n}{2}}$$

т.е. при проложении хода СКП положения средней точки уменьшается в корень из двух.

Приведенные расчеты соответствуют требованиям. записанным в «Инструкции по межеванию земель».

Задача 10

Определить допустимое расхождение между координатами одной и той же точки, полученной из различных определений.

Примечание.

Сформулированная задача имеет вполне конкретный практический смысл. Предположим, что было проведено межевание земельного участка, в результате которого определены координаты межевых знаков. Затем проводилось межевание соседнего участка, в который в качестве граничных точек вошли несколько точек ранее учтенного земельного участка. Координаты этих точек получены из новых измерений. Необходимо определить, допустимы ли расхождения вновь полученных координат со старыми.

Решение.

Вполне возможно, что в момент получения материалов нового межевания под руками не оказалось старого дела. В наличии имеются только старые координаты. Тогда предлагается такое решение:

В соответствии с «Инструкцией по межеванию земель» СКП положения межевого знака определено и равно m_t. С такой же СКП проведено повторное определение положения межевого знака. Тогда несовпадение положения одной и той же точки, вычисляемое по формуле

$$\Delta S = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}$$

не должно превышать предельной погрешности разности положений, вычисляемой по формуле

$$\Delta_t^{пред} = 2\sqrt{m_t^2 + m_t^2} = 2m_t\sqrt{2},$$

Исходя из этого соотношения, для различных категорий земель получаем следующие допуски, представленные в табл. 2.

№№ п/п	Градация земель	СКП положения межевого знака относительно ближайшего пункта исходной геодезической основы не более	Предельное расхождение в положении пункта
1	**2**	**3**	**4**
1	Земли поселений (города)	0,10	0,3
2	Земли поселений (поселки, сельские населённые пункты); земли, предоставленные для ведения личного подсобного хозяйства, садоводства, огородничества, дачного и индивидуального жилищного строительства	0,20	0,6
3	Земли промышленности и иного специального назначения	0,50	1,4
4	Земли сельскохозяйственного назначения (кроме земель, указанных в п.2), земли особо охраняемых территорий и объектов	2,50	7,9
5	Земли лесного фонда, земли водного фонда, земли запаса	5,00	14,0

Задача 11

- Оценить точность определения площади земельного участка, вычисленной по координатам граничных межевых знаков и имеющего форму прямоугольника с коэффициентом вытянутости $K = 0,5$ площадью $P = 2500$ кв.метра. Земельный участок расположен в черте городской застройки.

Решение.

- В соответствии с данными табл. 2 примем $m_t = 0{,}1$ м. Для решения задачи применим формулу $m_P = m_t \sqrt{P} \sqrt{\frac{1+K^2}{2K}}.$ Подставляя в приведенную формулу исходные данные, получаем

$$m_P = 0{,}1\sqrt{2500}\sqrt{1+0{,}25} = 5{,}6 м^2 \approx 6 м^2.$$

Задача 12

- Определить точность вычисления площади земельного участка, по форме близкого к форме квадрата и равной 100 га, если координаты поворотных точек границы получены с карты масштаба 1:10000.

Решение

- Обычно принято считать, что СКП положения точки на плане характеризуется величиной, равной $m_t =$ 0,5 мм. Тогда СКП площади будет

$$m_P = m_t M 10^{-5}\sqrt{P} = 0{,}5 \cdot 10000 \cdot 10^{-5}\sqrt{100} = 0{,}5 га.$$

Задача 13

- Вычислить площадь прямоугольного здания и ее СКП при условии прямоугольности здания, стороны которого равны $a = 7{,}05м$ и $b = 14{,}03м$. Стороны здания измерялись лазерной рулеткой с СКП измерения сторон $m_s = 0{,}015м$

Решение

- Площадь здания будет равна

$$P = a \cdot b = 7{,}05 \cdot 14{,}03 = 98{,}9115 м^2,$$

а СКП площади -

$$m_P = m_S \sqrt{2P} = 0{,}015\sqrt{198} = 0{,}22 м^2.$$

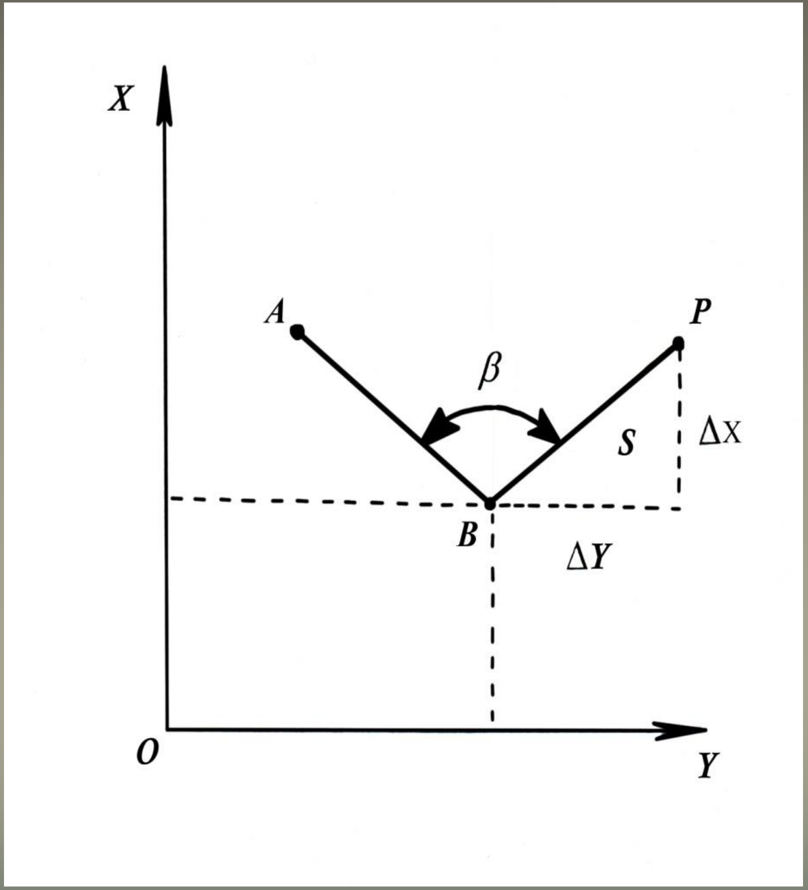
Учитывая значение СКП, площадь можно записать в виде

$$P = 98{,}9 м^2.$$

5. Простейшие геодезические построения

Полярный метод

Сущность полярного метода заключается в определении координат точки по известным координатам двух точек. Для этого достаточно измерить на местности угол β и расстояние S_{II-A}



По координатам точек *A* и B можно вычислить дирекционный угол по формуле

$$\alpha_{AB} = arctg\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$$

приращения координат по формулам

$$\Delta X_{BP} = S_{BP} Cos\alpha_{BP};$$
$$\Delta Y_{BP} = S_{BP} Sin\alpha_{BP}.$$

Дирекционный угол линии может быть получен по формуле

$$\alpha_{BP} = \alpha_{AB} + \beta \pm 180^{\circ}$$

и координаты точки *P* вычисляют из соотношений

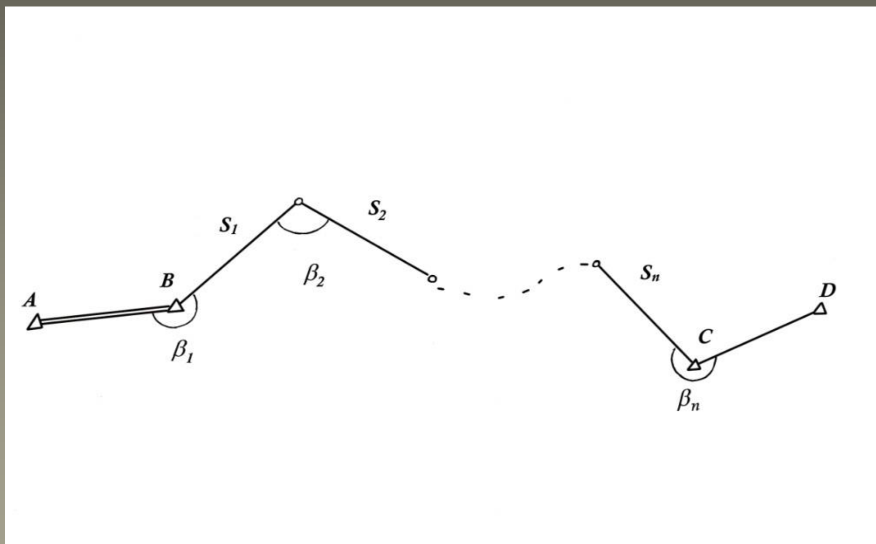
$\alpha_{BP} = \alpha_{AB} + \beta \pm 180^{\circ}$

$$X_P = X_B + \Delta X_{BP};$$
$$Y_A = Y_B + \Delta Y_{BP}.$$

Погрешность положения определяемой точки относительно исходных может быть рассчитана по формуле

$$m_t = \sqrt{m_S^2 + \left(S\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2},$$

Проложение линейно-углового хода (теодолитный ход)

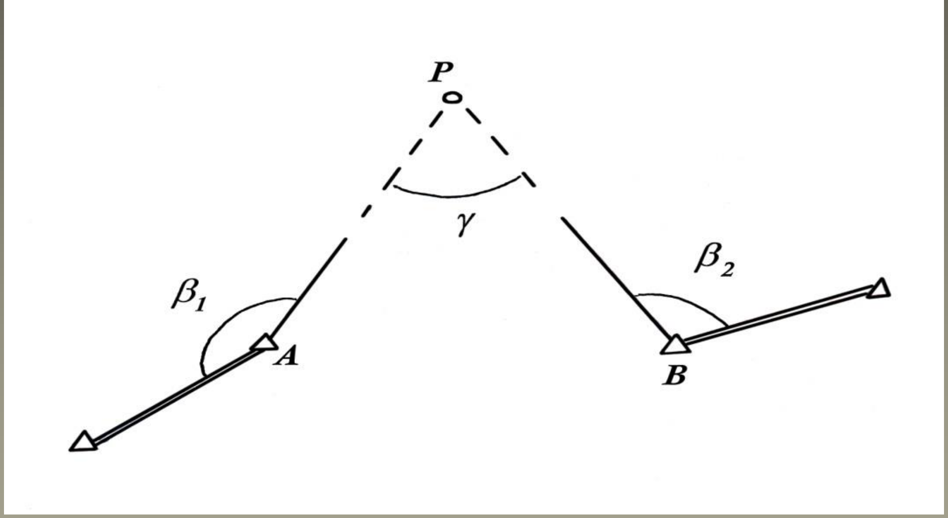


$$m_t = \sqrt{m_S^2 \frac{n}{4} + \left(L \frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 \frac{n+3}{192}}$$

По существу задача проложения теодолитного хода является кратным повторением рассмотренной ранее задачи. Контроль осуществляете сравнением вычисленных из хода координат конечной торчки *К* с известными ее координатами. Наиболее слабой частью этого геодезического построения является точка, расположенная в середине хода.

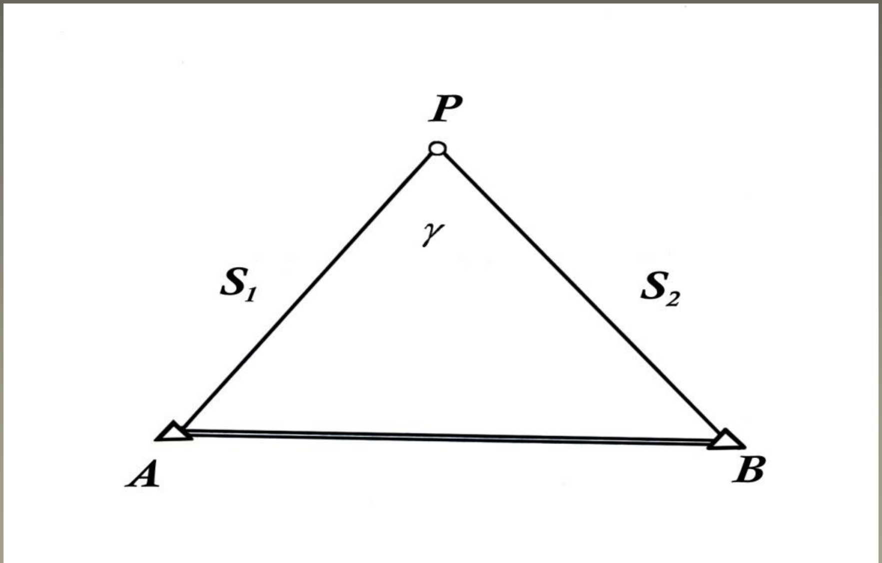
Прямая засечка

Сущность прямой засечки состоит в определении координат третьего пункта по координатам двух исходных пунктов и двум измеренным углам, обеспечивающим передачу дирекционного угла с исходного пункта на определяемый.



$$m_t = \frac{m_\beta}{\rho Sin\gamma}\sqrt{S_1^2 + S_2^2},$$

Линейная засечка

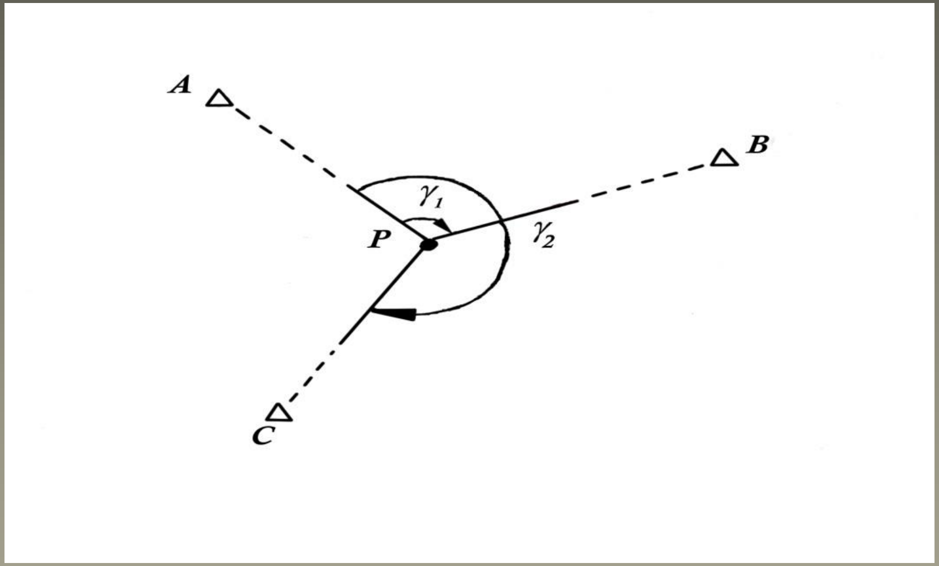


$$m_t = \frac{\sqrt{m_{S1}^2 + m_{S2}^2}}{Sin\lambda}$$

Сущность линейной засечки состоит в определении координат третьей точки P по координатам двух исходных точек и по двум расстояниям от исходных до определяемого.

Обратная засечка

- Сущность обратной засечки заключается в определении координат четвертого пункта по координатам трех исходных пунктов и двум углам, измеренным на определяемом пункте.



$$m_t = \frac{m_\beta}{\left|\rho Sin(\angle ABC + \gamma_2)\right|} \cdot \frac{BP}{\sqrt{\left(AP/AB\right)^2 + \left(CP/CB\right)^2}}$$

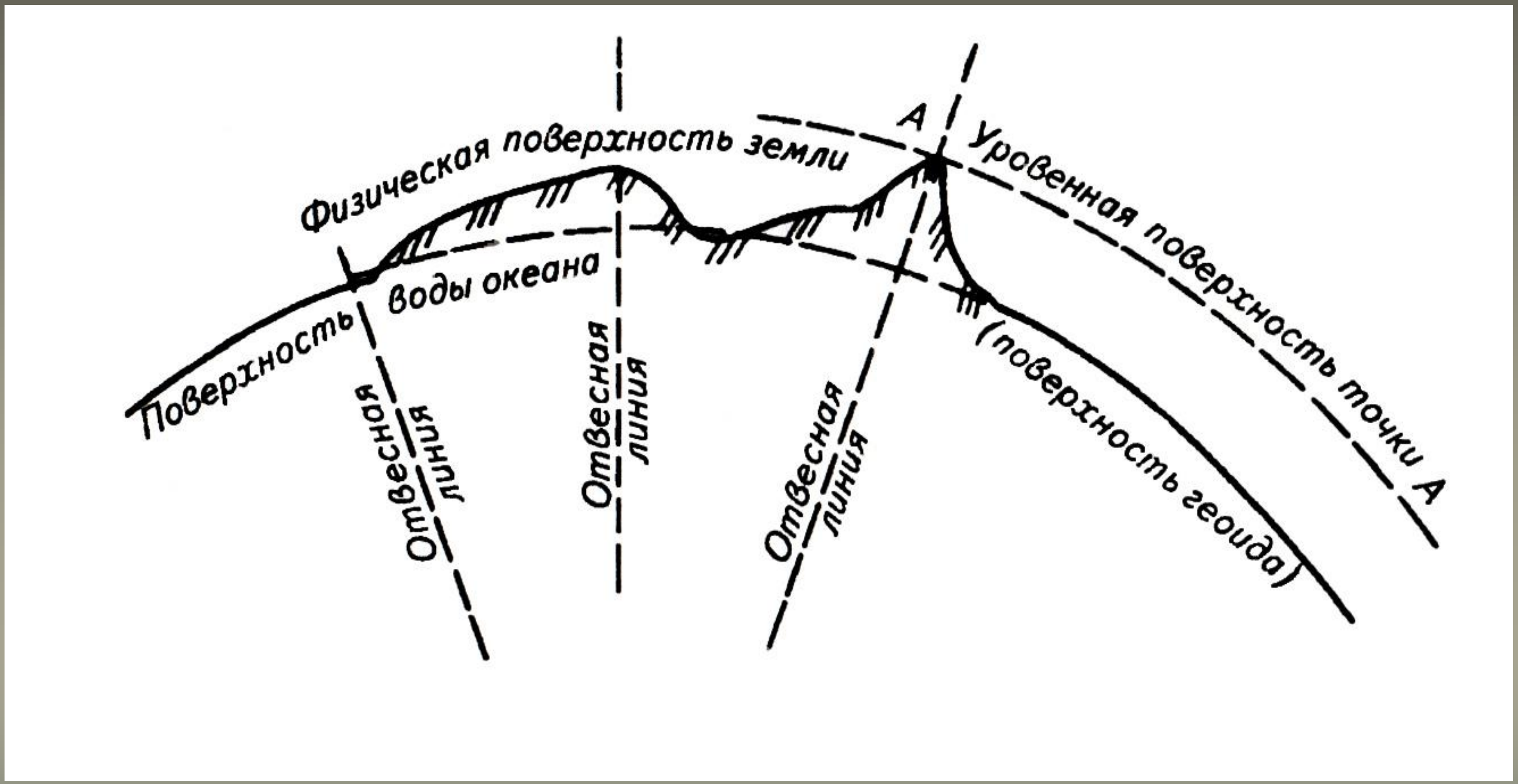
6. Форма и размеры Земли

Земля как эллипсоид вращения

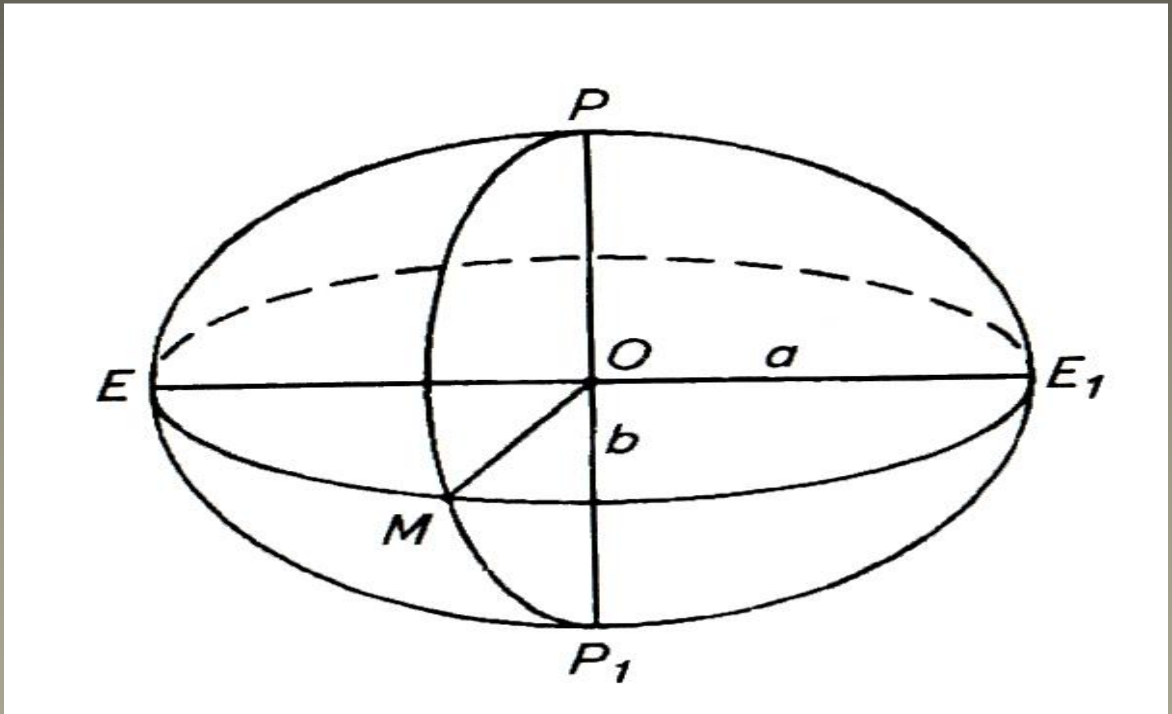
Физическая поверхность Земли очень сложная, и ее невозможно выразить какой-либо математической формулой.

- В геодезии вводится понятие уровенной поверхности, представляющей собой выпуклую поверхность, касательная к которой в каждой точке перпендикулярна направлению силы тяжести.
- Тело, ограниченное уровенной поверхностью Мирового океана, продолженной под сушей, называют геоидом.
- С достаточным приближением геоид, форма которого также является сложной, можно аппроксимировать шаром.
- Уже в древней Греции Эратосфеном была выдвинута гипотеза о шарообразной форме Земли и была сделана попытка экспериментального определения радиуса земной поверхности.
- В восемнадцатом – девятнадцатом веках начинаются большие работы по определению фигуры земли. В это время опытным путем было доказано, что Земля имеет значительно более сложную форму, нежели шар. Наиболее близкой математической поверхностью, подходящей к истиной поверхности Земли, является поверхность эллипсоида вращения

Уровенная поверхность



Общий земной эллипсоид



$$e = \sqrt{(a^2 - b^2)} / a.$$

7.Государственная геодезическая сеть

- Государственная геодезическая сеть (ГГС) представляет собой совокупность пунктов с известными координатами в единой системе, расположенными равномерно по территории и соответствующим образом закрепленных на земной местности специальными центрами, обеспечивающими их сохранность и устойчивость в плане и по высоте в течение длительного времени.

Метод триангуляции

- Долгое время основным методом построения государственной геодезической сети являлся метод триангуляции (три угла). Метод предложен голландским математиком Снеллиусом еще в 1614 году.
- Особенности этого метода хорошо можно представить на примере цепочки треугольников.
- В каждом треугольнике измеряют все углы, а в крайних треугольниках - еще и по одной стороне

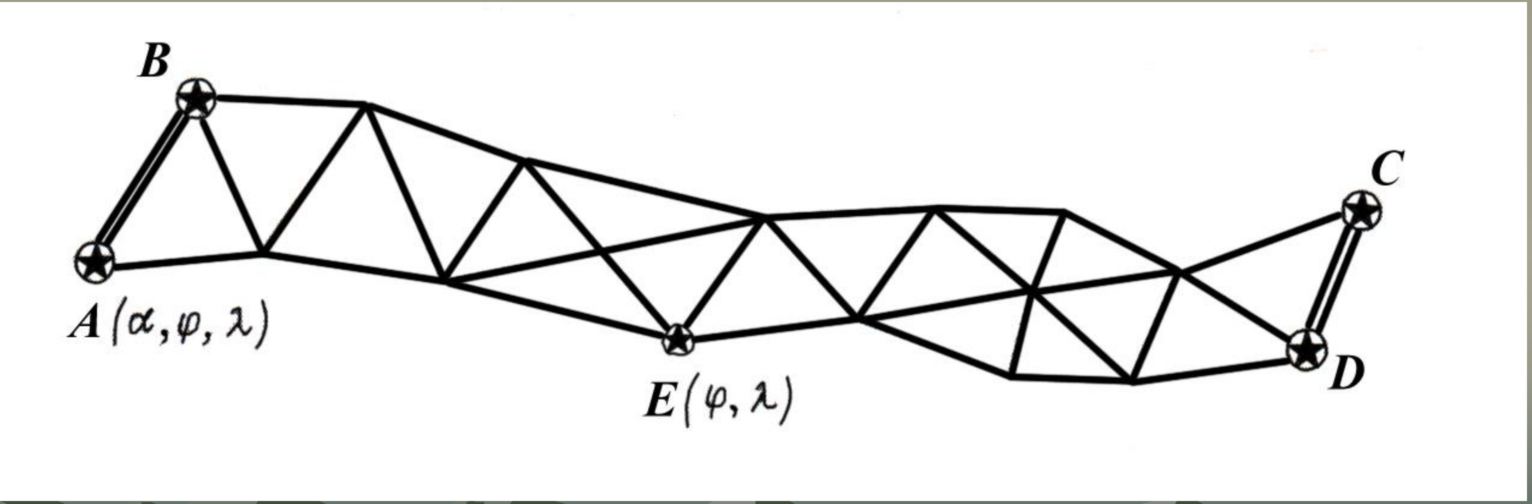
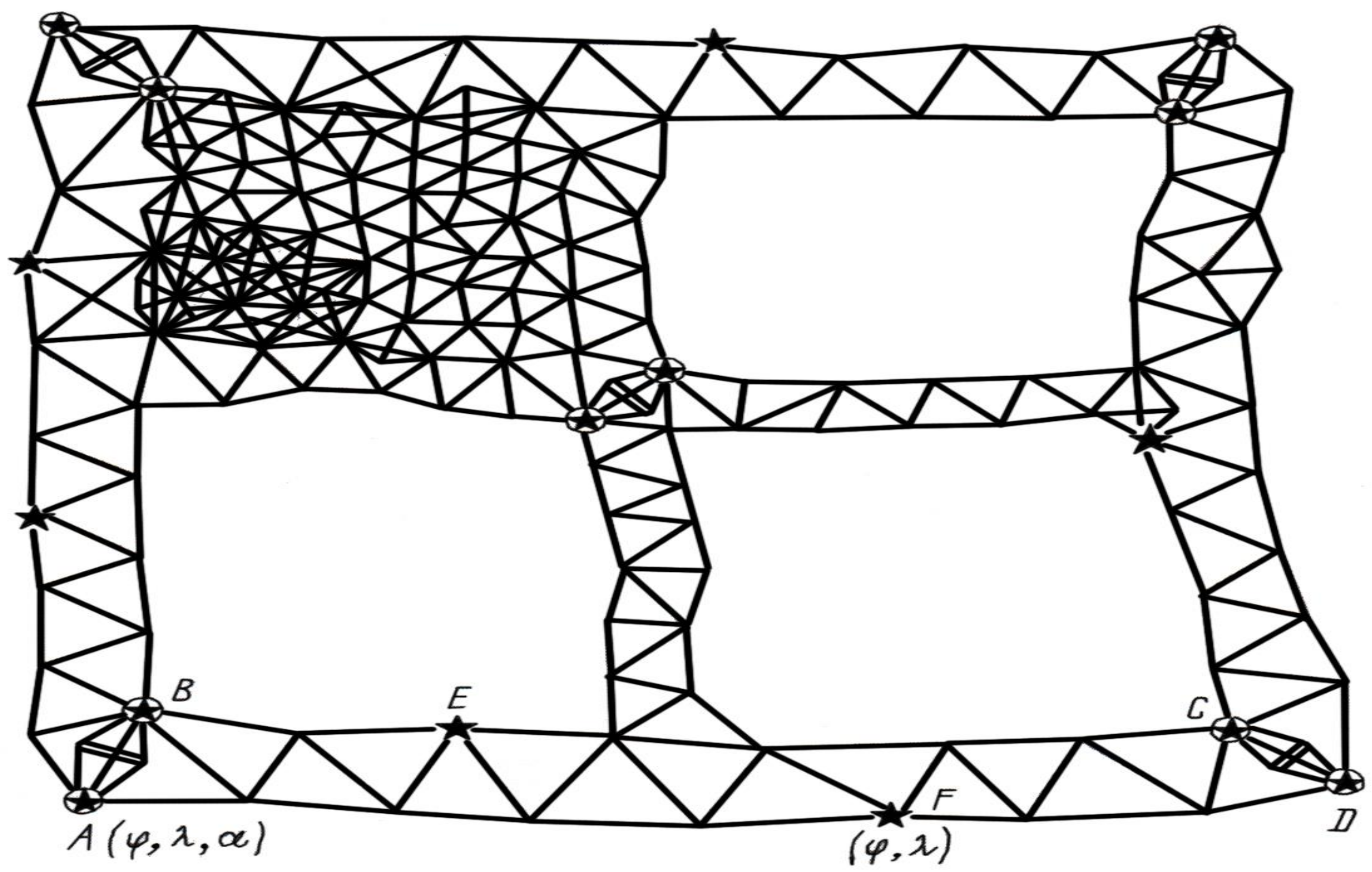


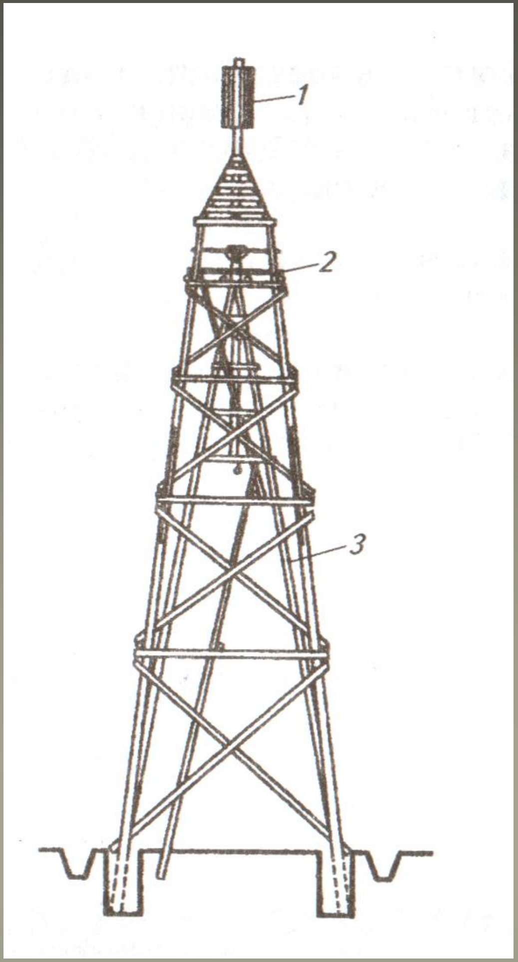
Схема построения ГГС (предложения Ф.Н.Красовского)



Точностные характеристики ГГС (предложения Ф.Н.Красовкого)

Класс триангуляции	Средние длины сторон	СКП измерения угла	Ошибка стороны в слабом месте	СКП взаимного положения смежных пунктов
Ряды 1 класса	25-40	07 – 09”	1:100 000	0,3
Ряды 2 класса	18	1,2 – 1,5”	1:60 000	0,3
Сети 2 класса	11-13	2,0-2,5	1:35 000	0,3
Сети 3 класса	5-8	5”	1^15 00	0,3
Пункты 4 класса	Определялись методом засечек с СКП не более 1 м			

- Работы по созданию ГГС были начаты в 1925 году. За последующие 15 лет на местности было закреплено 4733 пункта, над каждым из которых для обеспечения взаимной видимости строился наружный знак в виде геодезического сигнала. Высота таких сигналов могла достигать 40 метров.



Угловые измерения выполнялись по сложной программе, обеспечивающей СКП измерения углов порядка 0,7” – 0,9”.

Было построено 87 полигонов 1-го класса.

Линейные измерения проводились с точностью порядка 1/300000 от длины линии, т.е. при длине линии в 20 км погрешность измерения составляла примерно 7 см.

Параллельно с полевыми измерениями проводилась и математическая обработка результатов измерений.

В результате выполненных измерений в России и Западной Европе и США, были получены параметры земного эллипсоида, наиболее близко подходящего к телу Земли на территории СССР. Этот эллипсоид получил название эллипсоида Красовского.

- Система координат, которая получена на базе эллипсоида Красовского, была разработана к 1942 году, а внедрена в действие Постановлением Правительства 07.04.1946 году под названием СК-42 (Система координат 1942 года).

Некоторые точностные характеристики СК-42:

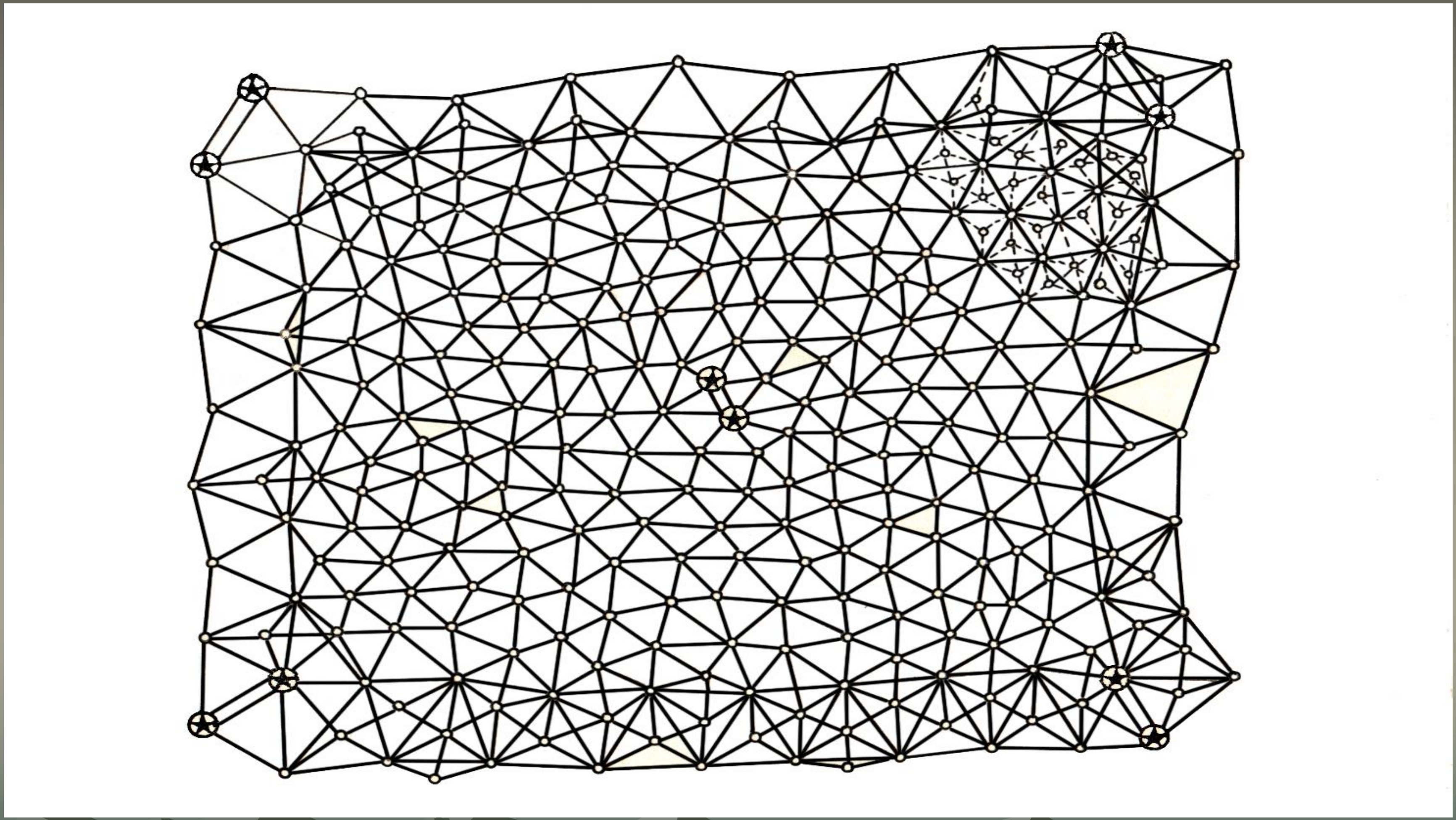
СКП взаимного положения смежных пунктов - 0,3м,

СКП положения пункта относительно исходного (Пулково) – на западе страны несколько метров, на востоке –до 30 м.

- В 1956 году были приняты новые «Основные положения по созданию и развитию ГГС». (ОП-56), суть которых сводилась к следующему:

  Основой является сеть 1 класса, которая строится в виде полигонов. Полигоны 1-го класса заполняются сплошной сетью 2 класса. Сети 1 и 2 классов являются основой для построения сетей 3 и 4 классов.

Схема построения ГГС в соответствии с ОП-56



Точностные характеристики в соответствии с ОП - 56

Класс триангуля-ции	Средние длины сторон	СКП измерения угла	Ошибка стороны в слабом месте	СКП взаимного положения смежных пунктов
1	20-25 км	0,7”	1:150 000	0,15 м
2	7-20	1,0”	1:200 000	0,07
3	5-8	1,5”	1:120 000	0,07
4	2-5	2,0”	1:70 00	0,07

- К 1968 году СК-42 была распространена на Север; к 1971 – на Крайний Север, и к 1972 – на Дальний Восток. В начале шестидесятых годов была внедрена наравне с СК-42 система координат СК-63.
- СК-42 полностью обеспечивала создание топографических карт масштаба 1:10 000.
- В 70-80 годах прошлого века началась модернизация ГГС, и СКП удаленных пунктов снизилась до 4 метров, а в конце XX века до метровой величины.

- С начала 90х годов широкое применение получают спутниковые системы GPS. В это же время производится переуравнивание всей сети ГГС с учетом построенных к тому времени спутниковых и космических сетей. Постановлением Правительства от 28.06.2000г. «Об установлении единой государственной системы координат» введена с 1 июля 2002 года система координат СК-95.

Структура и характеристика ГГС по состоянию на 1995 год.

- В ГГС входят:
- Космическая геодезическая сеть (КГС) – 26 пунктов с СКП взаимного положения - 0,25 м при расстоянии друг от друга 1-1,5 тыс. км.
- Доплеровская геодезическая сеть (ДГС) - 131 пункт с СКП взаимного положения 0,5 м при среднем расстоянии между пунктами 600 км.
- Астрономо – геодезическая сеть (АГС) состоящая из 164306 пунктов и включающая в себя ряды триангуляции 1 класса, сети полигонометрии и триангуляции 1 и 2 классов и базисы космической триангуляции. Сеть включает в себя 3,6 тысяч геодезических азимутов, полученных из астрономических наблюдений, 2,8 тысяч базисных сторон, расположеных через 170 – 200 км.
- Геодезические сети сгущения (ГСС) включающие около 300 тысяч пунктов триангуляции и полигонометрии 3 и 4 классов.

Точностные характеристики сети

- СКП измерения углов в триангуляции 1 класса - 0,74”, и второго класса - 1,06”. СКП измерения азимутов – 1,27”, относительная погрешность измерения базисов 1:500 000. СКП взаимного положения смежных пунктов 0,02 – 0,04 м, а при расстоянии до 9000 км 0,25 – 0,80 м.

Современная структура Государственной геодезической сети

Государственная геодезическая сеть, создаваемая по новым правилам, строится по принципу перехода от общего к частному и включает в себя геодезические построения различных классов точности:

- фундаментальная астрономо-геодезическая сеть (ФАГС);
- высокоточная геодезическая сеть (ВГС);
- спутниковая геодезическая сеть 1 класса (СГС-1).

ФАГС

- Пункты ФАГС являются исходной геодезической основой для дальнейшего повышения точности всей государственной геодезической сети.
- Расстояние между смежными пунктами ФАГС 600-1000 км. СКП взаимного положения – не более 2 см в плане и 3 см по высоте, а относительно начала координат 10 – 15 см.

ВГС

- ВГС представляет собой опирающееся на пункты ФАГС однородное по точности геодезическое построение, состоящее из системы пунктов, удаленных друг от друга на 150 – 300км. СКП взаимного положения не должно превышать 3мм+ $5\times10^{-8}D$ (где D - расстояние между пунктами) по каждой оси.

СГС - 1

- СГС – 1 представляет собой пространственное геодезическое построение, создаваемое по мере необходимости и состоящее из системы легко доступных пунктов с плотностью. достаточной для эффективного использования всех возможностей спутниковых определений потребителями со средними расстояниями между пунктами 25-35 км. СКП взаимного положения 3мм + $1 \times 10^{-7} D$ по каждой оси.

Опорная межевая сеть (ОМС)

- Согласно Основным положениям опорная межевая сеть (ОМС) является геодезической сетью специального назначения, которую создают для координатного обеспечения Государственного кадастра, государственного мониторинга земель, землеустройства и других мероприятий при работе с земельным фондом России.
- В зависимости от градации обслуживаемых земель опорную межевую сеть создают двух классов, обозначаемых ОМС1 и ОМС2. СКП взаимного положения пунктов не должны превышать для ОМС1 0,05 м, для ОМС2 – 0,10м.

Для определения координат пунктов ОМС и межевых знаков используют:

- наземные методы: прямые, обратные, линейные засечки, триангуляцию, трилатерацию, линейно-угловые ходы;
- спутниковые геодезические определения;
- фотограмметрические методы;
- картометрические методы.

Картографические проекции

Изобразить поверхность сфероида на плоскости без искажений невозможно, поэтому строят условные изображения земной поверхности, основанные на некоторых, заранее принятых математических зависимостях между координатами точек на сфероиде и их изображением на плоскости. Такие способы условного изображения земной поверхности на плоскости называются картографической проекцией.

В этом случае необходимо принять математические зависимости вида

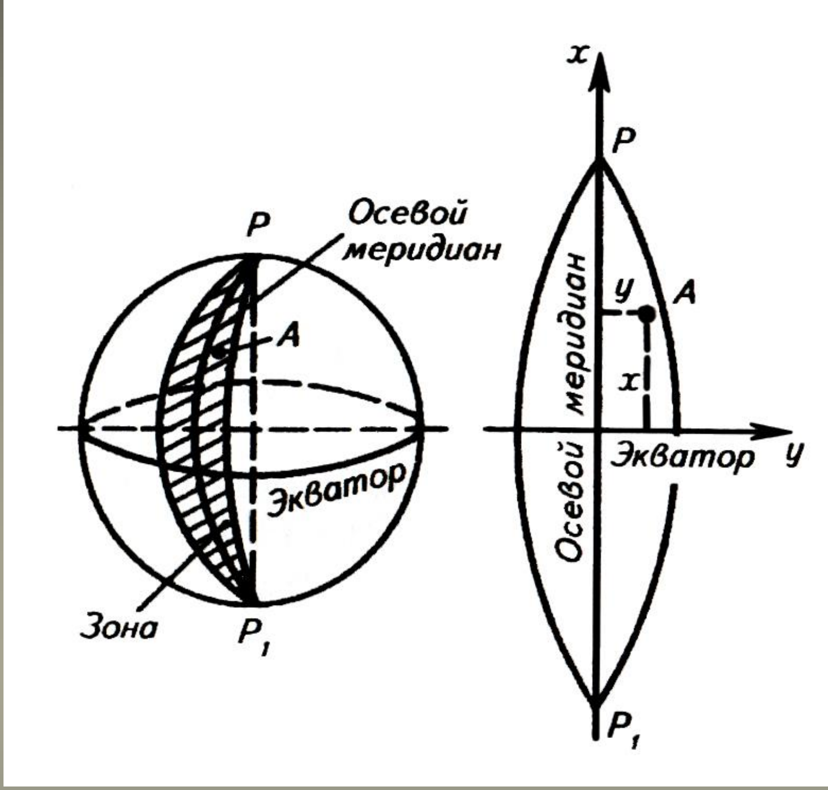
$$X = f_1(B, L)$$
$$Y = f_2(B, L)$$

Проекция Гаусса - Крюгера

- В проекции Гаусса – Крюгера вся земная поверхность делится меридианами на шести- или трехградусные зоны. Внутри каждой зоны центральный меридиан выбирается в качестве осевого меридиана. Долгота осевого меридиана может быть рассчитана по формуле

$$L_0 = 6^\circ N - 3^\circ$$

В проекции Гаусса - Крюгера осевой меридиан, представляющий ось абсцисс и экватор, представляющий ось ординат , изображаются взаимно перпендикулярными прямыми линиями.



Особенности проекции Гаусса - Крюгера

1.Перенос со сфероида на плоскость осуществляется по зонам.

2. На осевом меридиане зоны нулевые искажения;

3. Проекция является симметричной, т.е. в точках, симметрично расположенных относительно осевого меридиана искажения одинаковые;

4. Проекция конформна, т.е. направления не искажаются, и сохраняется подобие бесконечно малых фигур.

В проекции Гаусса – Крюгера формулы перехода от геодезических к прямоугольным координатам могут быть представлены в виде

$$X = f_1(B, \Delta L)$$
$$Y = f_2(B, \Delta L),$$

- где $\Delta L = L - L_0$ есть разность долгот точки и осевого меридиана.

Искажение расстояний в проекции Гаусса - Крюгера

- Величина этого искажения будет равна

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{y^2}{2R^2},$$

- где S – длина линии на сфероиде, центр которой удален от осевого меридиана на величину y;
- ΔS – величина искажения (удлинения) линии при переходе с эллипсоида вращения на плоскость;
- R – средний радиус Земли.

Искажение площадей в проекции Гаусса - Крюгера

определяется соотношением

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{y^2}{R^2},$$

Перевычисление координат из зоны в зону.

Алгоритм решения задачи следующий:

1. По прямоугольным координатам точки *А*, расположенной в зоне *N*, вычисляют геодезическую широту B_A и разность долгот точки *А* и осевого меридиана зоны *N* - Δl_A^N

- Вычисляют долготу точки *А* - $L_A = L_0^N + \Delta l_A^N$
- Вычисляют разность долгот точки *А* и осевого меридиана зоны *N+1* $\Delta l_A^{N+1} = L_A - L_0^{N+1}$
- По величинам B_A и Δl_A^{N+1} вычисляют прямоугольные координаты точки *А* в зоне *N+1.*

Местные системы координат

В целях ведения государственного кадастра на территории Российской Федерации применяют местные системы координат.

Обычно местную систему координат задают в пределах территории кадастрового округа. Местная система плоских прямоугольных координат является системой прямоугольных геодезических координат с местными координатными сетками проекции Гаусса.

В общем случае осевой меридиан местной системы координат не совпадает с каким-либо осевым меридианом шестиградусной зоны. При разработке местной системы координат используют параметры эллипсоида Красовского.

Местные системы координат имеют название, обычно это код субъекта Р Ф, на территории которой построена эта система.

Для каждой местной системы координат устанавливаются следующие параметры, называемые «ключом» местной системы координат:

Долгота осевого меридиана первой зоны L_0

Число координатных зон N

Координаты условного начала X_0, Y_0

Угол поворота осей координат; θ

Масштаб местной системы координат относительно плоской системы координат СК-42 или СК-95 в проекции Гаусса - Крюгера;

Референц-эллипсоид, к которому отнесены измерения в местной системе координат;

Формулы преобразования геодезических координат B, L в плоские прямоугольные X_0, Y_0

Условное начало в местных системах назначают так, чтобы координаты в пределах зоны были положительными, а абсциссы не имели тысяч километров.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ