

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПО ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВУ**

**ИНСТИТУТ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ
«ИНФОРМКАДАСТР»**

Кафедра геодезии и геоинформатики

**ВЫЧИСЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ РАМОК И ПЛОЩАДИ ТРАПЕЦИИ
МАСШТАБА 1:10000**

Москва, 2010 г.

Подготовлено и рекомендовано к печати кафедрой геодезии и геоинформатики Государственного университета по землеустройству (протокол № ... от 2010 г.)

Одобрены к изданию Методическим советом Института повышения квалификации «Информкадастр» Государственного университета по землеустройству (протокол № ... от 2010 г.)

Составители:

Профессор Беликов А.Б.

Рецензент – профессор Баранов В.Н.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИН ДУГ МЕРИДИАНОВ И ПАРАЛЛЕЛЕЙ И ПЛОЩАДИ ГЕОГРАФИЧЕСКОЙ ТРАПЕЦИИ ЭЛЛИпсоИДА КРАСОВСКОГО.

Целью данной работы является вычисление размеров рамок и площади географической трапеции для карты масштаба 1:10 000 международной разграфки.

Каждый слушатель получает значение геодезических координат (B, L) точки. По заданным координатам определяют номенклатуру и геодезические координаты углов рамки трапеции масштаба 1:1 000 000. На схематическом чертеже строят этот лист карты и на нем наносятся листы карты масштаба 1:100 000. На отдельно вычерченном листе карты масштаба 1:100000 выделяют соответственно листы карт масштаба 1:50000 и 1:25000, на которых расположена заданная точка. После этого строится схематический чертеж листа карты масштаба 1:10 000 с указанием географических координат углов рамок трапеции. Эти величины являются исходными для проведения дальнейших вычислений.

Все приведенные в работе формулы отнесены к эллипсоиду Красовского.

Принятые обозначения

a – большая полуось эллипсоида;

b – малая полуось эллипсоида;

$e = \sqrt{\frac{a^2}{a^2 - b^2}}$ – эксцентриситет эллипсоида;

$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$ – радиус кривизны нормального сечения эллипсоида в

плоскости первого вертикала в точке с широтой B .

$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 B)^{2/3}}$ – радиус кривизны меридиана в точке с широтой B .

Для вычислений следует принять:

$e^2 = 0,006\ 693\ 421\ 623$;

$\rho'' = 206\ 264,81$;

$b = 6\ 356\ 863,019$ м.

$a = 6378136$ м

Вычисление длин северной и южной рамок

Длина отрезка дуги параллели для эллипсоида вращения может быть вычислена по формуле

$$S_{нар} = \int_{L_1}^{L_2} N_i \cos B_i dL = \frac{(L_2 - L_1)''}{\rho''} N_i \cos B_i,$$

Для вычисления длин северной и южной рамок трапеции принимаются соответственно широты B_i , полученные по номенклатуре трапеции. Разность долгот соответствует размеру рамки трапеции.

Вычисление длин западной и восточной рамок

Длина отрезка дуги меридиана может быть вычислена по формуле

$$S_{мер} = \int_{B_1}^{B_2} M dB,$$

При вычислении длины дуги меридиана менее 50 км можно пользоваться упрощенной формулой, которая обеспечивает получение искомой величины с ошибкой не более 10^{-2} м:

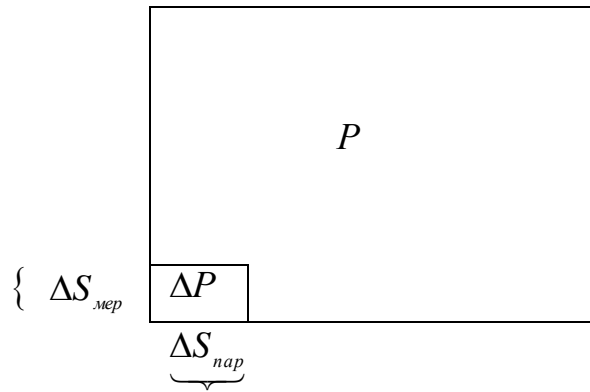
$$S_{мер} = M_m \frac{(B_2 - B_1)''}{\rho''},$$

При этом M_m – радиус кривизны меридиана в точке со средней широтой $B_m = \frac{B_1 + B_2}{2}$, где B_1 и B_2 – широты границ рамок трапеции.

Вычисление площади трапеции

Элемент площади сфероидической трапеции dP равен произведению дифференциалов координатных линий $dS_{мер}$ и $dS_{нар}$.

$$\Delta S_{нар} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} dL.$$



$$dP = \frac{a(1-e^2)}{(\sqrt{1-e^2 \sin^2 B})^3} dB \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B}} dL = \frac{b^2}{(1-e^2 \sin^2 B)^2} dB dL.$$

Тогда площадь всей трапеции будет равна

$$P = b^2 \int_{L_1}^{L_2} \int_{B_1}^{B_2} (1-e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dB dL = b^2 (L_2 - L_1) \int_{B_1}^{B_2} (1-e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dB.$$

Применяя метод разложения подынтегральной функции в степенной ряд, после преобразования для эллипсоида Красовского получаем:

$$P = b^2 \frac{\Delta L}{\rho} \left[(\sin B_2 - \sin B_1) + 2/3 e^2 (\sin^3 B_2 - \sin^3 B_1) + 3/5 e^4 (\sin^5 B_2 - \sin^5 B_1) \right]$$

Пример вычисления

Исходные данные:

Для точки с координатами $B = 51^{\circ}38'33''$ и $L = 40^{\circ}27'32''$ необходимо:

- определить номенклатуру листа карты масштаба 1:10 000, на котором точка расположена;
- вычислить на эллипсоиде Красовского длины рамок этой трапеции;
- вычислить площадь трапеции.

Решение:

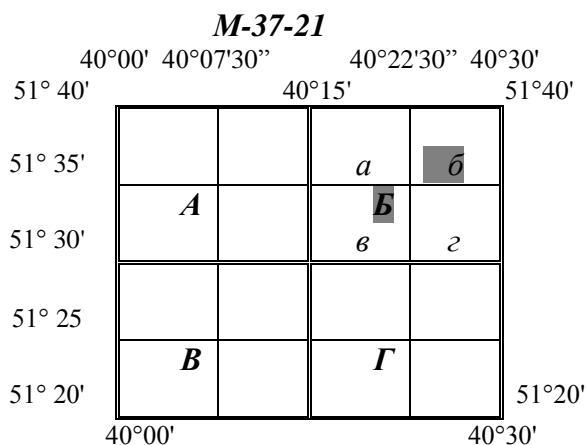
По геодезическим координатам точки определяем, что заданная точка расположена на трапеции масштаба 1:1 000 000 **М-37**.

М-37

36°00'											40°00' 40°30'	42°00'
52°00'											52°00'	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
37											48	
49											60	
61											72	
73											84	
85											96	
97											108	
109											120	
121											132	
133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	
48°00'											48°00'	
36°00'											40°00' 40°30'	42°00'

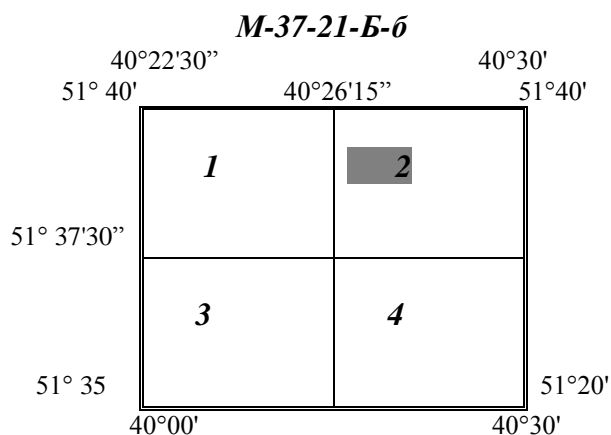
Делим лист карты масштаба 1:1000000 на 144 части, соответствующим образом нумеруем полученные листы карт масштаба 1:100000 и определяем, что заданная точка лежит на листе с номером 21. Этот лист карты масштаба 1:10000 имеет номенклатуру N-37-21.

Определив положение заданной точки на листе карты масштаба 1:100 000, вычерчиваем схематический чертеж этого листа с указанием координат углов ее рамок. Этот лист делим сначала на четыре части, обозначив каждую соответственно прописными буквами русского алфавита **А**, **Б**, **В** и **Г**. Получаем листы карты масштаба 1:50000. Номенклатура искомого листа карты - **М-37-21-Б**.

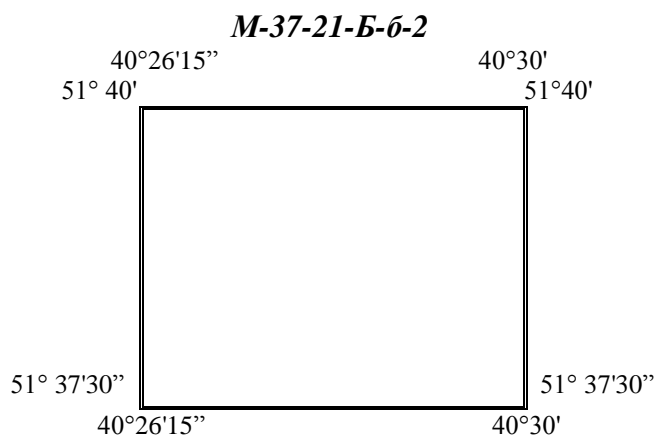


Разделив последний лист на четыре части и обозначив каждый соответственно строчными буквами русского алфавита *a*, *б*, *в* и *г*, получаем листы карты масштаба 1:25000.

Номенклатура искомого листа карты ***M-37-21-Б-б***. Лист карты масштаба 1:25000 делим на четыре части, обозначив каждую соответственно номерами *1*, *2*, *3*, *4*. Таким образом получаем листы карты масштаба 1:10000.



Заданная точка попадает на лист карты, имеющий номенклатуру ***M-37-21-Б-б-2***.



Имея координаты углов рамки трапеции, приступаем к вычислениям. Все вычисления выполняем в соответствующих таблицах.

Вычисление длин северной и южной сторон рамки трапеции

Таблица 1

Обозначение величин	Значения величин	
	Северная рамка	Южная рамка
B_i	51° 40'	51° 37'30"
$\sin B_i$	0,784 416	0,783964
$\sin^2 B_i$	0,615 308	0,614600
e^2	0,006 693 422	0,006 693 422
$N_i = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_i}}$	6 391 442,9	6 391 320,7
L_1	40°26'15"	40°26'15"
L_2	40°30'	40°30'
$\Delta L = L_2 - L_1$	3'45"	3'45"
$\Delta L''$	225	225
$\cos B_i$	0,620 235	
$S_{нар} = \frac{\Delta L''}{\rho''} N_i \cos B_i$		

Вычисление длин западной и восточной сторон рамки трапеции

Таблица 2

Обозначение величин	Числовые значения
B_1	51° 37'30"
B_2	51° 40'
B_m	51° 38'45"
$\sin^2 B_m$	0,612475
$a(1 - e^2)$	6 335 553
e^2	0,006 693 422
$\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_m}$	0,995900
$M_m = \frac{a(1 - e^2)}{(\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 B_m)})^3}$	6 374 712,8
$\Delta B' = (B_2 - B_1)'$	
$\Delta B''$	
$S_{мер} = \Delta B'' M_m / \rho''$	

Вычисление площади трапеции

Таблица 3

Обозначение величин	Числовые значения
$b^2, км^2$	40 409 707
e^2	0,006 693 422
B_1	51° 20'
B_2	51° 40'
$\sin B_2$	0,780 794 03
$\sin B_1$	0,784 415 66
$\sin^3 B_2$	0,476 003
$\sin^3 B_1$	0,482 657
$\sin^5 B_2$	0,371 660
$\sin^5 B_1$	0,378 604
$A = (\sin B_2 - \sin B_1) +$ $+ \frac{2}{3} e^2 (\sin^3 B_2 - \sin^3 B_1) +$ $+ \frac{3}{5} e^4 (\sin^5 B_2 - \sin^5 B_1)$	0,003 64844
$P = b^2 \frac{\Delta L''}{\rho''} A$	1286,590 км ²

Варианты для самостоятельного решения

Таблица 4

№№	Координаты исходной точки		№№	Координаты исходной точки	
	<i>B</i>	<i>L</i>		<i>B</i>	<i>L</i>
1	47°15'10"	41°19'34"	26	47°15'10"	44°29'27"
2	47°45'10"	41°19'34"	27	47°45'10"	44°29'27"
3	48°15'10"	41°19'34"	28	48°15'10"	44°29'27"
4	48°45'10"	41°19'34"	29	48°45'10"	44°29'27"
5	49°15'10"	41°19'34"	30	49°15'10"	44°29'27"
6	49°45'10"	41°19'34"	31	49°45'10"	44°29'27"
7	50°15'10"	41°19'34"	32	50°15'10"	44°29'27"
8	50°45'10"	41°19'34"	33	50°45'10"	44°29'27"
9	51°15'10"	41°19'34"	34	51°15'10"	44°29'27"
10	51°45'10"	41°19'34"	35	51°45'10"	44°29'27"
11	52°15'10"	41°19'34"	36	52°15'10"	44°29'27"
12	52°45'10"	41°19'34"	37	52°45'10"	44°29'27"
13	53°15'10"	41°19'34"	38	53°15'10"	44°29'27"
14	53°45'10"	41°19'34"	39	53°45'10"	44°29'27"
15	54°15'10"	41°19'34"	40	54°15'10"	44°29'27"
16	54°45'10"	41°19'34"	41	54°45'10"	44°29'27"
17	55°15'10"	41°19'34"	42	55°15'10"	44°29'27"
18	55°45'10"	41°19'34"	43	55°45'10"	44°29'27"
19	56°15'10"	41°19'34"	44	56°15'10"	44°29'27"
20	56°45'10"	41°19'34"	45	56°45'10"	44°29'27"
21	57°45'10"	41°19'34"	46	57°45'10"	44°29'27"
22	58°15'10"	41°19'34"	47	58°15'10"	44°29'27"
23	58°45'10"	41°19'34"	48	58°45'10"	44°29'27"
24	59°15'10"	41°19'34"	49	59°15'10"	44°29'27"
25	59°45'10"	41°19'34"	50	59°45'10"	44°29'27"